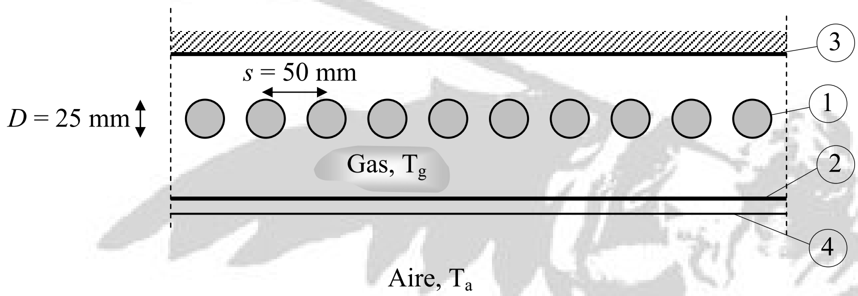
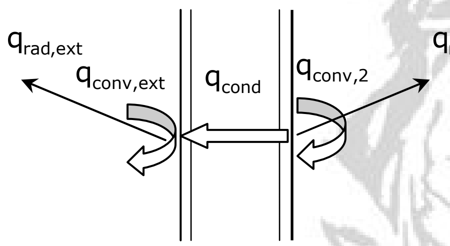
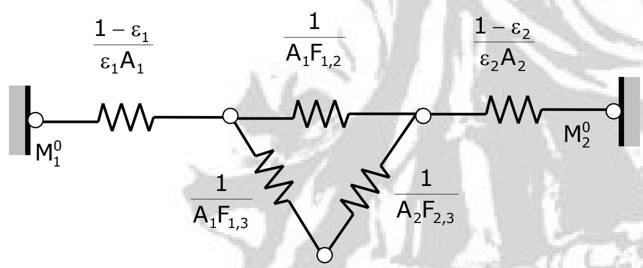
DPTO. INGENIERÍA ENERGÉTICA
Y MECÁNICA DE FLUIDOS
Grupo de Termotecnia

Colección de Problemas Propuestos y Resueltos de Transmisión de Calor

Versión 2.1 (septiembre de 2003)







Autor: Juan Francisco Coronel Toro
Profesor asociado del Grupo de Termotecnia
Dpto. de Ingeniería Energética y mecánica de Fluidos
Universidad de Sevilla

Este documento está basado en versiones anteriores desarrolladas por:

- D. Ramón Velázquez Vila
- D. José Guerra Macho
- D. Servando Álvarez Domínguez
- D. José Luis Molina Félix
- D. David Velázquez Alonso
- D. Luis Pérez-Lombard
- D. Juan F. Coronel Toro

Todos ellos pertenecientes al Grupo de Termotecnia.

Parte de la información ha sido tomada de las siguientes referencias:

- INCROPERA, F.P. y DEWITT, D.P. *Fundamentos de la Transferencia de Calor.* 4ª ed. Prentice Hall, México, 1999. ISBN 970-17-0170-4.

- HOLMAN, J.P. *Transferencia de Calor.* 8ª ed. McGraw-Hill Interamericana de España S.A.U., 1998. ISBN 84-481-2040-X.

- MILLS, A.F. *Transferencia de Calor.* Irwin, 1995. ISBN 84-8086-194-0.

- CHAPMAN, A.J. *Transmisión de Calor.* 3ª ed. Bellisco. Librería Editorial., 1990. ISBN 84-85198-45-5.

- KLEIN, S.A. y ALVARADO, F.L., "Engineering Equation Solver Software (EES)", Academia Versión 6.271 (20-07-2001).

Índice

1. PROBLEMAS PROPUESTOS

1.1. Problemas propuestos de conducción

1. El muro de una cámara frigorífica de conservación de productos congelados consta de:

- □ Revoco de cemento de 2 cm de espesor (k = 0,8 kcal/h·m°C)
- □ Ladrillo macizo de 1 pie (k = 0,6 kcal/ h·m°C)
- □ Corcho expandido (k = 0,05 kcal/ h·m°C)
- □ Ladrillo hueco de 7 cm de espesor (k = 1,1 kcal/ h·m°C)
- □ Revoco de cemento de 2 cm de espesor (k = 0,8 kcal/ h·m°C)

La temperatura del aire interior de la cámara es – 25°C y la del aire exterior 30°C. Si las pérdidas de calor del muro de la cámara han de ser inferiores a 10 kcal/h·m^2, determinar:

A. El coeficiente global de transmisión de calor.
B. El espesor de aislamiento (corcho) que debe colocarse.
C. La distribución de temperaturas en el muro.

Los coeficientes de película exterior e interior son 20 y 12 kcal/h m^2 ºC respectivamente.

---

2. Por el interior de una tubería de acero, de 17 cm de diámetro exterior y 15 cm de diámetro interior (conductividad térmica 15 kcal/h·m°C), circula vapor saturado a 60 kg$_f$/cm^2 de presión (T = 274°C) atravesando un local que se encuentra a 21ºC. Los coeficientes de película exterior e interior son 10 y 2.000 kcal/h·m^2°C respectivamente. Calcular:

A. Flujo de calor por unidad de longitud.
B. Espesor de aislante (lana de roca de conductividad térmica 0,048 kcal/h·mºC) necesario para reducir el flujo de calor a la tercera parte.
C. Espesor de aislante necesario para reducir la temperatura superficial exterior hasta un máximo de 50ºC.

---

3. Considérese un muro compuesto por dos capas cuyas características son las siguientes:

- □ Capa 1: espesor 0.4 m, conductividad: $k_1 = 0.9(1+0.006\,T)\,[W/m{\cdot}K]$
- □ Capa 2: espesor 0.05 m, conductividad: $k_2 = 0.04\ W/m{\cdot}K$

Y sometido a un flujo solar en la cara exterior de 300 W/m², esta cara se encuentra en contacto con aire a 40°C (Coeficiente convectivo exterior 10 W/m²K). La cara interior se encuentra en contacto con aire a 20°C (Coeficiente convectivo interior 5 W/m²K).Calcular:

A. Flujo de calor por unidad de área que atraviesa el muro.
B. Temperatura en las dos superficies extremas y en la interfase entre las dos capas

---

4. El blindaje de un reactor nuclear está formado por una placa de aluminio de 3 cm de espesor, seguida de una capa de hormigón de 150 cm. La resistencia de contacto entre ambos materiales se estima en 8,6 x 10^{-3} h·m²ºC/kcal. La temperatura superficial exterior del hormigón es 40 ºC, la temperatura superficial del aluminio es 540 ºC, y su conductividad térmica 150 kcal/h·mºC.

Se desea transportar agua a presión por un tubo empotrado en el hormigón, sabiendo que como máximo, la temperatura del agua ha de ser 284 ºC. Determinar la distancia de la pared interior del hormigón a la que debe colocarse el tubo, suponiendo que la conductividad térmica del hormigón varía con la temperatura según k = 0,73 (1 + 0,006 T) donde T viene dada en ºC y k en kcal/h·mºC.

Comparar la solución exacta con la que se obtendría considerando el valor medio de la conductividad térmica.

---

5. Una tubería de acero de 36 cm de diámetro exterior, 34 cm de diámetro interior y conductividad térmica 40 kcal/h·mºC, transporta fueloil a 50 ºC a través de un local que se encuentra a 10 ºC. Con objeto de mantener constante la temperatura del fueloil, se rodea la tubería con una resistencia eléctrica asimilable a una capa de 1 cm de material de conductividad térmica 200 kcal/h·mºC, y una generación uniforme de calor G. Calcular:

A. Valor mínimo de G en kcal/h m^3 para que la pérdida de calor del fuel sea nula.
B. Distribución de temperatura en la tubería y en la resistencia.

Los coeficientes de película en el exterior e interior de la tubería son 15 y 45 kcal/h·m²ºC respectivamente.

---

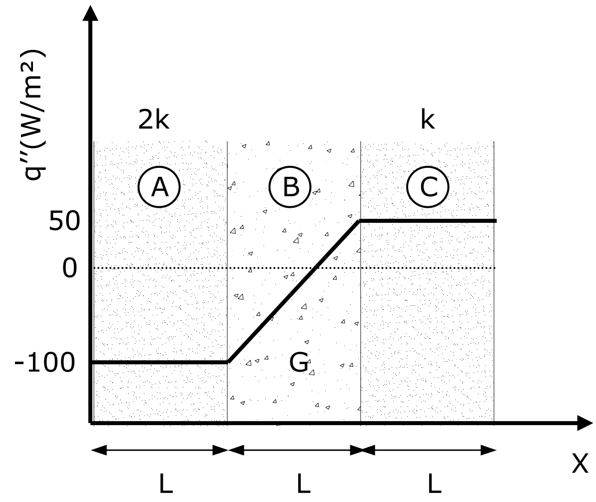
6. El elemento combustible de un reactor nuclear está formado por placas de 10 cm de espesor (k = 20 W/m·K) recubiertas de placas de aluminio de 5 cm (k = 150 W/m·K). En su cara exterior el aluminio se encuentra a una temperatura impuesta de 300 ºC.

A. Calcular la generación interna (W/m^3) que puede haber en el elemento combustible si la temperatura máxima de las placas de aluminio no puede sobrepasar los 450 ºC.
B. Calcular la máxima temperatura en el elemento combustible.

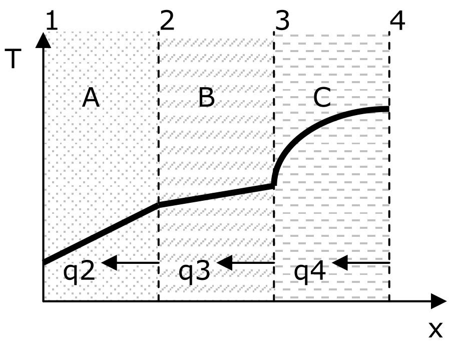
---

7. La siguiente figura muestra la distribución de densidad de flujo de calor q'' (W/m²) en el espesor de un muro con tres capas. La conductividad de las tres capas es constante, siendo la del material A, el doble (2k) a la del material C (k).

A. Calcular el valor de la generación volumétrica G en el material B.
B. Calcular que proporción existe entre dT/dx en el material A y el C.
C. Dibujar cualitativamente la distribución de temperatura en el muro en función de x.



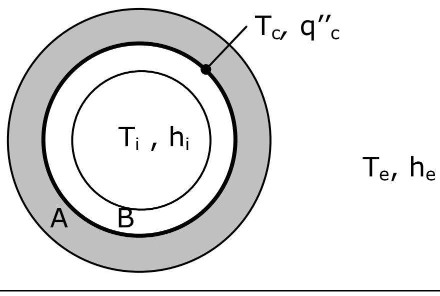
8. La distribución de temperatura en régimen permanente en una pared compuesta por tres materiales diferentes, todos ellos de conductividad térmica constante, se muestra en la figura.



A. Comentar las magnitudes relativas de q_2 frente a q_3 y de q_3 frente a q_4.
B. Comentar las magnitudes relativas de k_A frente a k_B y de k_B frente a k_C.
C. Dibujar el flujo de calor en función de x.

9. La pared de un cilindro está compuesta por dos capas de materiales con conductividad k_A y k_B. Ambos materiales están separados por una resistencia eléctrica muy delgada de muy alta conductividad. Por el interior de la tubería circula un líquido a temperatura T_i y con un coeficiente de película h_i. En el exterior la temperatura y el coeficiente de película son respectivamente T_e y h_e.

Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es nulo.
Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es q''_c (W/m²).



10. Se separan aire y agua mediante una pared plana hecha de acero. Se propone aumentar la razón de transferencia de calor entre estos 2 fluidos agregando aletas rectangulares rectas de acero de 1,5 mm de espesor, 2,5 cm de longitud y espaciadas 1 cm entre los centros. Calcular el porcentaje de aumento en la transferencia de calor al añadir aletas en:

A. Aire exterior
B. Lado del agua
C. Ambos lados de la pared plana

El coeficiente de película en aire es 9 kcal/h·m^{2}ºC y en agua 200 kcal/h·m^{2}ºC. La conductividad del acero es 37 kcal/h·mºC.

---

11. En una superficie plana de 1 x 1 m, se instalan 50 aletas. Las aletas son rectas de espesor constante, de 8 cm de longitud y 4 mm de espesor. La eficiencia de las aletas es 0.9. El coeficiente de película es 5 W/m^{2}K.

Calcular el aumento del calor transferido si se duplica el número de aletas por metro.

Nota: Suponer que la resistencia controlante es la de convección en la superficie aleteada.

---

12. Al diseñar la instalación de calefacción en una fábrica, se calculó que había que aportar 460 kcal/h·m de tubería con agua caliente a 85 ºC circulando por su interior, para mantener la temperatura ambiente a 24 ºC.

La fábrica dispone de tubería de hierro fundido (k = 50 kcal/h·mºC) de calibre 60/66, y de aletas anulares del mismo material y radio exterior 66 mm con un espesor de 3 mm. Si los coeficientes de película interior y exterior son respectivamente 1.000 y 8 kcal/hm^{2}ºC, se desea conocer el número de aletas necesario para disipar el calor deseado. Suponer que la temperatura en la base de las aletas es igual a la temperatura de la superficie del tubo sin aletear.

1.2. Problemas propuestos de convección

13. Una superficie plana horizontal de 1 m de ancho, se mantiene a una temperatura uniforme de 230 ºC, mediante resistencias eléctricas controladas independientemente. Cada resistencia tiene una longitud de 50 mm. Si sobre la superficie circula aire atmosférico a 25 ºC, con una velocidad de 60 m/s, determinar la resistencia que presenta un mayor consumo y el valor del mismo.

---

14. A menudo se dispone de agua presurizada a temperaturas elevadas, la cual se puede usar para calefacción de locales o aplicaciones en procesos industriales. En tales casos es normal usar un haz de tubos en el que el agua se hace pasar por éstos, mientras que también pasa aire en flujo cruzado sobre ellos. Considérese una disposición de los tubos cruzada con un diámetro exterior de los tubos de 16.4 mm y don los espaciados longitudinales y transversales valen S_L = 34.3 mm y S_T = 31.3 mm respectivamente. Hay siete filas de tubos en la dirección del flujo de aire y ocho tubos en cada una de las filas. En condiciones de operación típicas la temperatura superficial de los tubos es de 70°C, mientras que la temperatura del flujo de aire a contracorrientes es de 15°C y su velocidad 6 m/s. Determine el coeficiente de convección del lado del aire y la transferencia de calor para el haz de tubos.

---

15. Aire a presión atmosférica circula a través de un banco de tubos en línea, constituido por 15 hileras de tubos en la dirección del flujo y 20 tubos por hilera. Los tubos tienen un diámetro de 2 cm y una longitud de 0,75 m. La relación paso longitudinal/diámetro y paso transversal/diámetro es igual a 2. La temperatura y velocidad del aire antes de entrar en contacto con el banco de tubos son 50 ºC y 8 m/s. Calcular la temperatura de salida del aire si los tubos se mantienen a una temperatura uniforme de 100°C. Repetir el problema considerando que la configuración del banco de tubos es cruzada.

---

16. Se desea calentar 3 kg/s de agua desde 10°C hasta 66°C, manteniendo la temperatura de la superficie interna de la tubería a 82°C. Si el diámetro interior de la tubería es de 5 cm, determinar:

a. Longitud de tubería necesaria para alcanzar la temperatura requerida
b. Coeficiente de transferencia de calor en la superficie.

---

17. Por el interior de una tubería de 1" de diámetro y 100 m de longitud, circula agua procedente de una caldera a una velocidad de 1.5 m/s. Calcular el espesor de aislamiento necesario (Conductividad del aislante: k=0.040 W/m·K), si la caída máxima de temperatura permitida en el agua es de 0.5°C. La temperatura de salida del agua de la caldera es de 90°C y el ambiente exterior se encuentra a 10°C.

---

18. La chimenea de la instalación de calefacción de un grupo de viviendas de 22 cm de diámetro exterior, asciende 12 m por un patio exterior y se encuentra recubierta con un aislante de 40 mm de espesor y conductividad 0,04 kcal/hm°C. Los humos de la caldera, entran en la chimenea a 200ºC con una velocidad de 7 m/s. Calcular la temperatura de salida de los humos cuando la temperatura exterior es de 0 ºC en los siguientes casos :

a) Chimenea de aluminio de 1 mm de espesor con aislante.
b) Chimenea de aluminio de 1 mm de espesor sin aislante.

Determinar la pérdida horaria de calor en ambos casos.

---

19. Una tubería de agua de 5 cm, atraviesa en 30 m de recorrido una cámara frigorífica que se mantiene a -25ºC. La temperatura del agua a la entrada es 12ºC. La tubería está aislada con una coquilla de corcho de 5cm de espesor y conductividad 0,037 kcal/hmºC. Calcular el caudal de agua mínimo si se quiere evitar la congelación.

---

20. Aire caliente a 120ºC procedente de un horno, se conduce a un secadero a través de una nave que se encuentra a una temperatura ambiente de 0ºC. El caudal másico de aire es 0,05 kg/s y circula por el interior de un conducto horizontal metálico de 0,15 m de diámetro. Suponiendo despreciable el intercambio radiante, calcular:

a) La temperatura del aire después de recorrer 10 m.
b) El espesor de aislamiento (k = 0,04 W/m·K) que reduce las pérdidas de calor al 50%.

---

21. Por el interior de una tubería horizontal de 3/4", aislada con 1,5 cm de aislamiento, circula agua a 80ºC procedente de un proceso industrial a una velocidad de 1 m/s. El aire de la nave que recorre la tubería se encuentra a 15ºC. Calcular la conductividad máxima del aislante para que las pérdidas de la tubería sean inferiores a 15 kcal/hm.

Manteniendo el mismo aislante, calcular el espesor de aislante para reducir las pérdidas de calor en un 25%. Suponer en ambos casos que el intercambio radiante es despreciable.

---

22. Un conducto circular de acero de 5" de diámetro, con un aislamiento de 2 cm de espesor, recorre un tramo vertical de 20 m por el exterior de una nave. Por el interior del conducto circula aire a una velocidad de 5 m/s y una temperatura de 100ºC, ambas medidas en el inicio del tramo vertical. El aire exterior se encuentra en reposo a una temperatura de 10ºC. Sobre la superficie exterior del conducto aislado incide un flujo solar de 50 W/m^2 uniformemente distribuido. Calcular la conductividad del aislante para que las pérdidas de calor sean inferiores a 50 W/m.

Suponer que el flujo solar incidente es absorbido totalmente. Despreciar el intercambio radiante con el resto de superficies.

---

23. El coeficiente de película en el interior de una tubería horizontal por la que circula un fluido en régimen turbulento es 1000 W/m^2 K. Calcular el nuevo coeficiente de película si:

A. Se duplica el caudal másico del fluido
B. Se duplica la velocidad
C. Se duplica el diámetro interior de la tubería
D. Se duplica la longitud de la tubería
E. La tubería se coloca vertical
F. Se utiliza un nuevo fluido cuya conductividad es el doble de la del fluido original, manteniendo iguales el resto de propiedades.

Suponer que el coeficiente de película es directamente proporcional al número de Reynolds elevado a 0.8

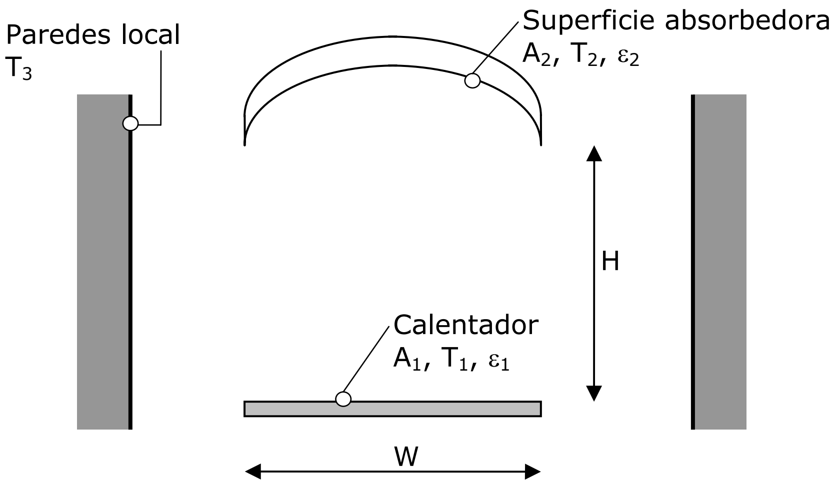
1.3. Problemas propuestos de radiación

24. Calcular la energía solar recibida en la superficie de la tierra, por unidad de superficie normal a la radiación solar. El radio del sol es 696.000 km y la distancia media tierra-sol es de 149×10^9 m. Suponer que el sol se comporta como un cuerpo negro a 5.800 K. Calcular la fracción de la radiación emitida por el sol que se encuentra situada en la zona visible del espectro: 0,4 a 0,8 μm.

---

25. El proceso de fabricación de una superficie curva de absorción solar de área $A_2 = 15$ m², consiste en la fijación de un recubrimiento especial sobre dicha superficie. Para fijar dicho recubrimiento se cura mediante la exposición a un calentador infrarrojo de ancho W = 1 m. El absorbedor y el calentador son cada uno de longitud L = 10 m y se encuentran separados H = 1 m.

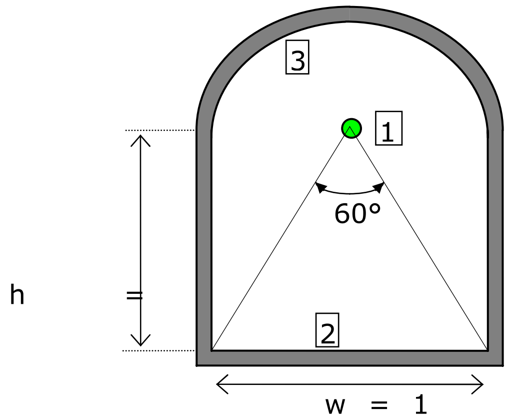
El calentador se encuentra a $T_1 = 1000$ K y tiene una emisividad $\varepsilon_1 = 0.9$, mientras que el absorbedor está a $T_2 = 600$ K y tiene una emisividad $\varepsilon_2 = 0.5$. Todo el sistema se encuentra en un local de grandes dimensiones cuyas paredes pueden considerarse a 300 K. ¿Cuál es la transferencia neta de calor sobre la superficie de absorción?.



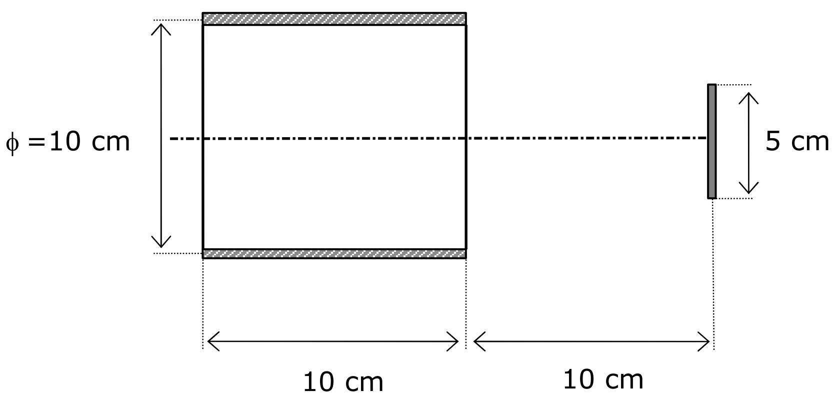
---

26. Un elemento cilíndrico de calentamiento de 10 mm de diámetro y gran longitud, se utiliza en un horno tal como se indica en la figura. La temperatura del elemento es T_1 = 1.500 K y se puede considerar como un cuerpo negro. La superficie inferior A_2 es una superficie gris difusa, con ε_2 = 0,6 mantenida a una temperatura de 500 K. El resto de las superficies están constituidas por un material refractario adiabático, con una emisividad de 0,9. La longitud del horno en dirección normal es muy grande comparada con el ancho (w = 1 m) y la altura (h = 0,87 m). Despreciando el intercambio por convección, determinar:

A. La potencia por unidad de longitud en W/m, que ha de suministrar el elemento de calentamiento para mantener las condiciones de operación.
B. La temperatura de las paredes del horno.



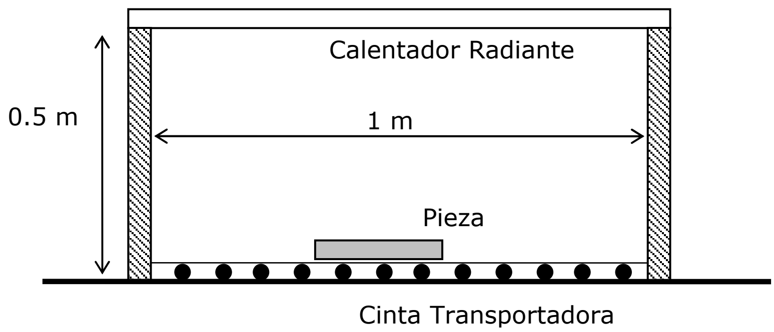
27. Determinar la potencia radiante del calentador tubular que incide sobre el disco. La superficie interna del calentador es negra y se encuentra a una temperatura uniforme de 1.000 K.



28. Un horno con un calentador radiante para el secado de piezas de metal utiliza una banda transportadora como se muestra en la figura. La longitud de la sección calentada es de 3 m y la temperatura del calentador es de 450 ºC. Las paredes de los lados son adiabáticas y el conjunto banda-piezas con una emisividad de 0,8 alcanza una temperatura de 120 ºC. La superficie del calentador radiante tiene una emisividad de 0,7. Calcúlese el calor cedido por el calentador suponiendo que los alrededores se encuentran a 25 ºC.

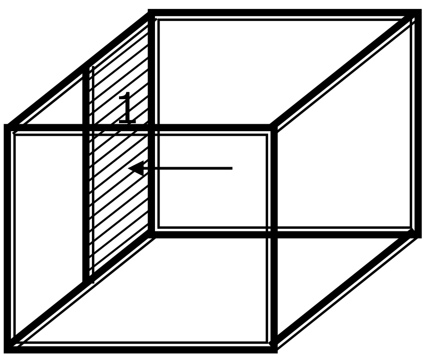
¿Cuál sería dicho calor si las paredes laterales estuvieran aisladas con 15 cm de un aislante de conductividad de 0,035 Kcal/hmºC, con una emisividad interior de 0,8 y una exterior de 0,6?

Nota: Para el segundo apartado plantear las ecuaciones indicando un esquema de resolución de las mismas.



---

29. El recinto de la figura muestra una habitación cúbica de 3 m de lado. Sobre la mitad de una de sus paredes verticales (superficie 1) incide un flujo radiante de $100 W/m^2$ procedente de un foco a alta temperatura. Si todas las superficies del recinto se encuentran a 0 K calcular la potencia radiante absorbida por el suelo (superficie 2).
Datos: El suelo es una superficie negra y todas las demás superficies tienen una emisividad de 0.5. El factor de forma entre el suelo y el techo vale 0.2



---

30. Concéntrica con una tubería (negra a efectos radiantes) de 20 mm de diámetro exterior se coloca un escudo de radiación cilíndrico de diámetro 60 mm y con emisividad interna $\varepsilon_2 = 0.1$, entre ambos cilindros se ha realizado el vacío.

a) Calcular el flujo de calor que abandona la tubería por unidad de longitud, si la temperatura exterior de la tubería es $T_1 = 100°C$ y la del escudo $T_2 = 20°C$.
b) ¿Qué emisividad deberá tener el escudo (ε_2') para disminuir las pérdidas de calor a la mitad?

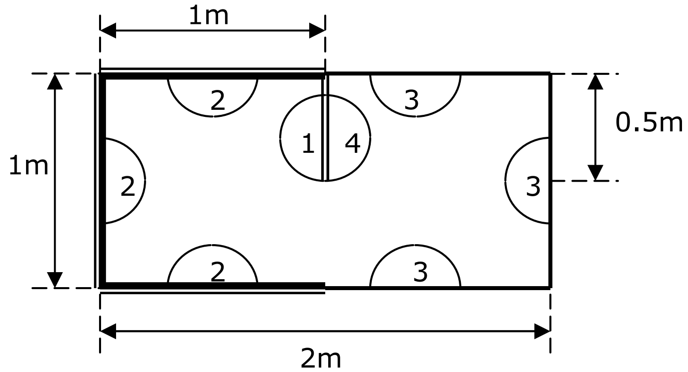
---

31. En condiciones de noche despejada, no es necesario que la temperatura ambiente sea inferior a 0ºC para que se congele una delgada capa de agua sobre el suelo. Siendo la temperatura radiante de cielo $\boldsymbol{T_c}$, el coeficiente de película entre la capa de agua y el aire $\boldsymbol{h}$, y la emisividad de la capa de agua $\boldsymbol{\varepsilon}$, determine la mínima temperatura de aire $\boldsymbol{T_{min}}$ para que el agua no se congele.

Nota: Temperatura del suelo igual a la temperatura del agua.

---

32. Calcular los factores de forma de las cuatro superficies del recinto de la figura y desarrollar las expresiones de radiosidad y flujo neto en las superficies 1 y 3, sabiendo que sobre la superficie 3 incide un flujo radiante ϕ (W/m).
Nota: El recinto es muy largo en la dirección normal al papel.



1.4. Problemas propuestos de mecanismos combinados

33. Un conducto circular con los gases de escape de una caldera cruza verticalmente una habitación. La temperatura superficial del metal que constituye la tubería es de 200°C. Una pared de 2 m de ancho, con baja conductividad térmica (aislada) y negra a efectos radiantes se encuentra situada próxima a la tubería (ver figura 1). El efecto radiante de la tubería produce grietas por dilataciones en la pared anteriormente mencionada. Para subsanar este problema se debe mantener la pared a una temperatura no superior a 30°C y se plantean dos soluciones posibles:

A. Aislar exteriormente la tubería con una capa de aislante de conductividad 0.05 W/m·K negro en su cara exterior. Calcular el espesor de aislante necesario para mantener la pared a 30°C.
B. Se coloca una placa metálica (muy alta conductividad) a modo de pantalla de radiación tal como muestra la figura 2. La cara enfrentada a la pared se puede considerar negra y la enfrentada a la tubería tiene una emisividad ε. La pared desnuda de la tubería puede considerarse también negra. Determinar ε para que la pared se siga manteniendo a 30°C.

El resto de la habitación puede suponerse un cuerpo negro a 20°C, y el aire se encuentra a la misma temperatura.

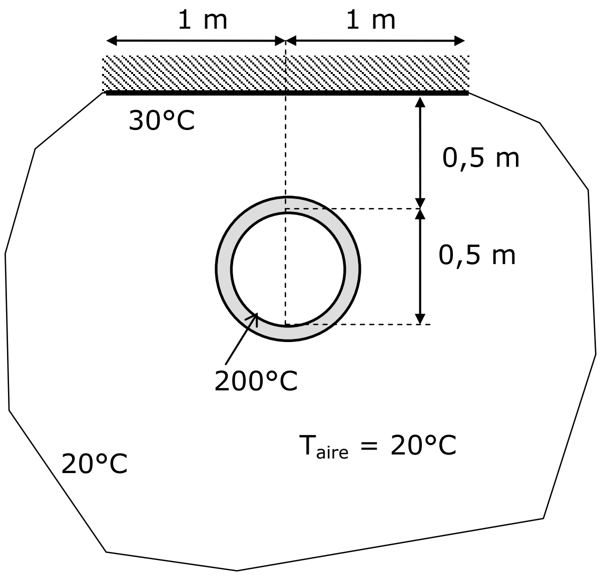


Figura 1

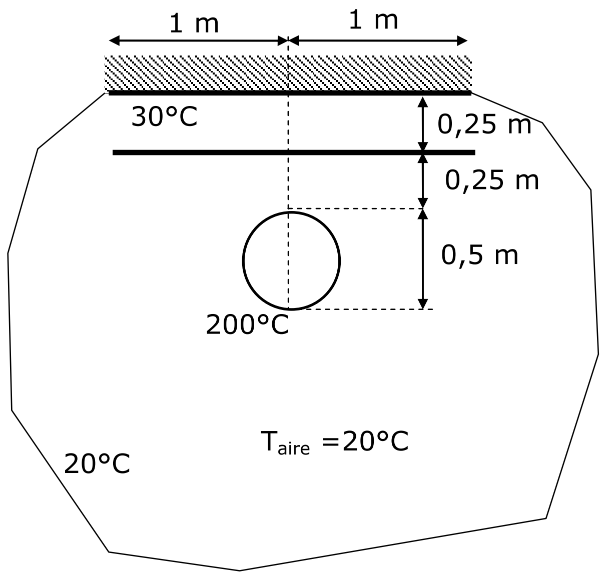


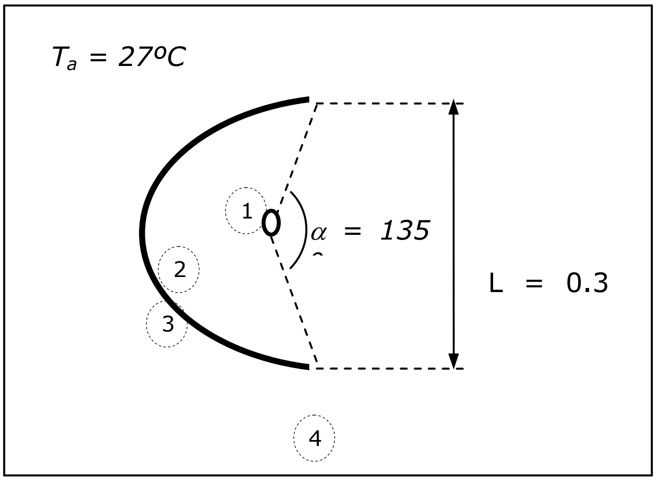
Figura 2

Notas:
- Considerar todos los coeficientes de película iguales a 10 W/m²K (tubería y pared), menos los de ambas caras de la placa metálica en el apartado 2 que serán iguales a 5 W/m²K
- Para el cálculo de factores de forma considerar, en el apartado 1, despreciable el espesor de aislamiento

34. Un calentador radiante, está compuesto por un elemento calentador cilíndrico de diámetro *5 mm* y negro a efectos radiantes (superficie 1), y un reflector parabólico, de área $0.5\ m^2/m$, y cuyas emisividades de las superficies interna y externa son *0.1* y *0.8* respectivamente (superficies 2 y 3). El calentador se encuentra en una habitación a *27ºC* (superficie 4). El coeficiente de película para todas las superficies vale $5\ W/m^2K$. Calcular la potencia por unidad de longitud suministrada por el calentador si la temperatura superficial del cilindro vale $T_1=1200\ K$.

Notas:

1. Suponer que la temperatura radiante media de las paredes del local es igual a la del aire.
2. Suponer iguales el área interior y exterior del receptor parabólico y que éste está constituido por una chapa metálica muy delgada.

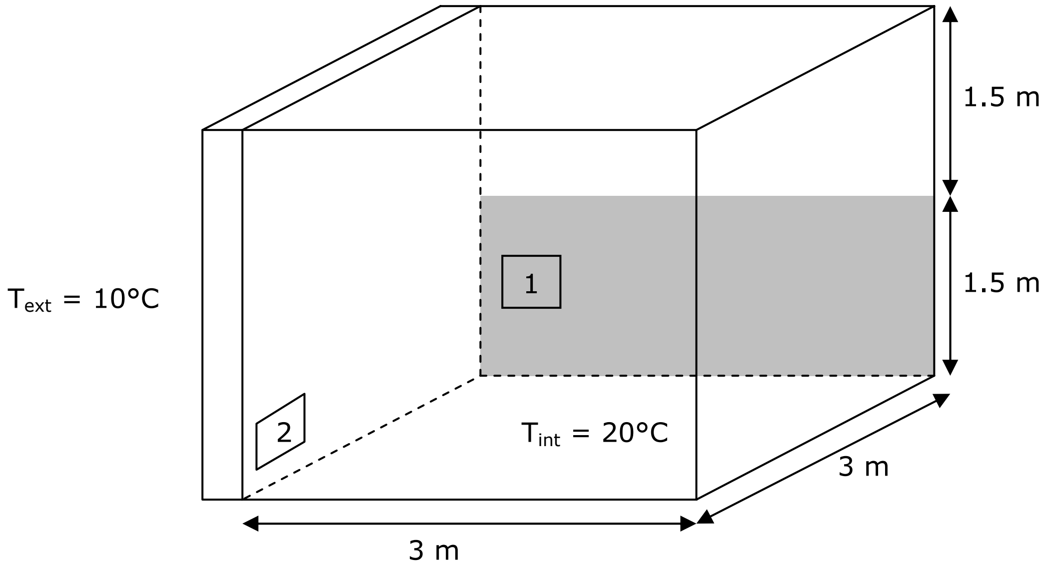


35. El aire de un local acondicionado se encuentra a una temperatura de 20°C, en él se encuentra situado un radiador (superficie 1) de emisividad superficial 0.9, y una pared conectada con el exterior (superficie 2), cuya cara interior y exterior tienen un emisividad de 0.8. La cara interior del muro (superficie 2) tiene un coeficiente de película de h_{int} = 3 W/m²K y en su cara exterior intercambia calor por convección con el aire ambiente a 10°C (el coeficiente de película exterior puede considerarse de h_{ext} = 10 W/m²K) y por radiación con los alrededores que también pueden considerarse a una temperatura de 10°C. Las restantes superficies del local, excepto el radiador y el muro exterior deben considerarse rerradiantes.

Calcular la temperatura superficial del radiador para que las pérdidas de calor por conducción en el muro conectado con el exterior no superen el 80% del calor total emitido radiantemente por el radiador.

La composición del muro exterior es:

Capa	Espesor (cm)	Conductividad (W/mK)
Enlucido de cemento	2	1.0
Ladrillo macizo	25	0.7
Enlucido de cemento	2	1.0

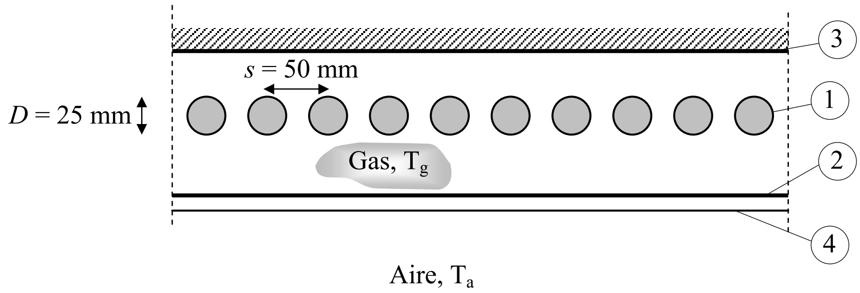


36. Una fila de elementos de calentamiento cilíndricos regularmente espaciados (superficie 1) se usa para curar un recubrimiento superficial que se aplica a una de las caras a una lámina de metal (superficie 2) colocado por debajo de los elementos. La lámina tiene un espesor de 1 cm y una conductividad k = 30 W/m·K. Un segundo panel (superficie 3), cuya superficie superior está bien aislada, se coloca por encima de los elementos. Los elementos son negros y se mantienen a T_1 = 600 K, mientras que la lámina tiene una emisividad ε_2 = 0.5 y se mantiene a T_2 = 400 K. La cavidad se llena con un gas no participativo teniendo lugar una transferencia de calor convectiva en las superficies 1 y 2, con $\overline{h}_1 = 10$ W/m^{2}K y $\overline{h}_2 = 2$ W/m^{2}K. (La convección en el panel aislado se puede despreciar).

A. Evalúe la temperatura media del gas, T_g.

B. ¿Qué potencia eléctrica por unidad de longitud axial debe suministrársele a cada elemento para mantener la temperatura establecida?

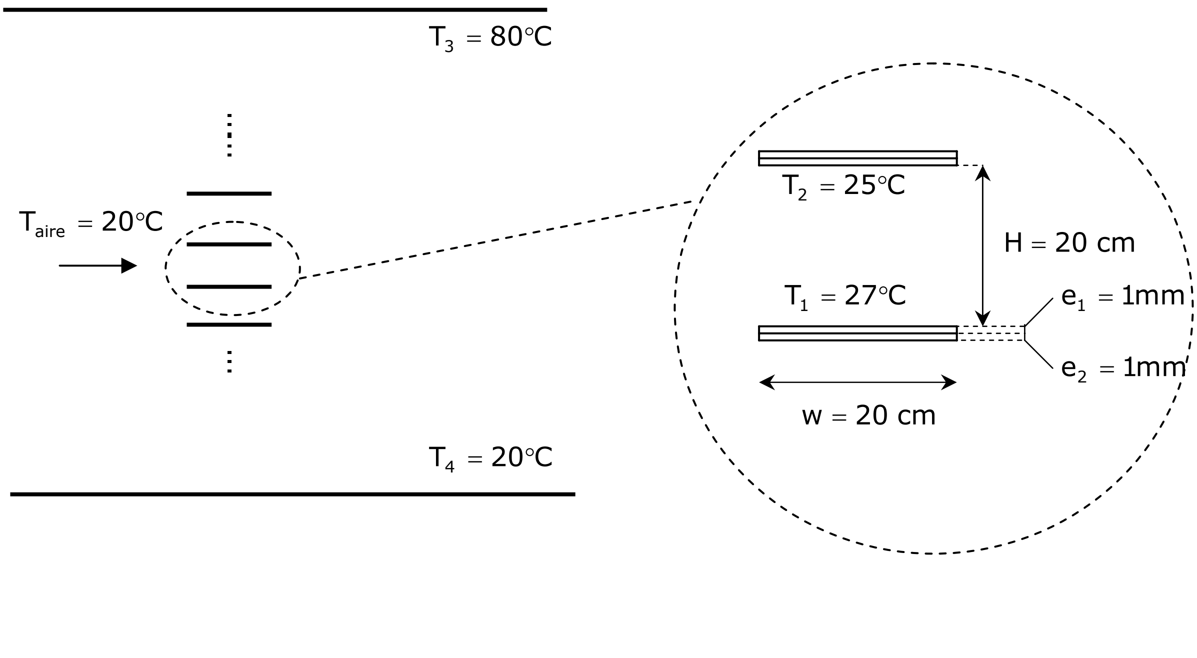
C. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor por convección en la cara inferior de la lámina de metal (superficie 4) (ε_4 = 0.5) si la temperatura del aire en contacto directo con él y la temperatura media radiante de los alrededores es T_a = 300 K?.



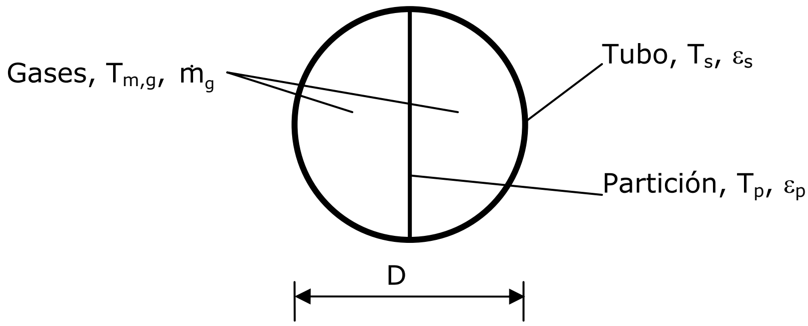
37. Un conjunto de placas como las de la figura se encuentran en el interior de un túnel de calentamiento muy largo, la parte alta del túnel es una superficie calefactora a 80°C (superficie 3) y puede considerarse negra a efectos radiantes. La superficie inferior (superficie 4) es también negra y se encuentra a 20°C. El aire fluye sobre las placas a 20°C.

A. Calcule el coeficiente de película medio (supuesto el mismo en ambas caras) sobre las placas si la cara superior (superficie 1) se encuentra a 27°C (negra) y la inferior (superficie 2) a 25°C ($\varepsilon_2 = 0{,}8$)
B. Calcule la velocidad del aire sobre la cara superior de la placa si ésta se encuentra en convección forzada
C. Las placas están compuestas de dos capas de materiales diferentes de espesor 1mm, la capa superior tiene una conductividad de 1W/m·K. Calcule la conductividad del material inferior.

Nota: Considerar que las capas límites que se desarrollan sobre las superficies de las placas no se interfieren entre sí.



38. En una caldera para calentamiento de agua los tubos de humos tienen un diámetro de 7 cm y una temperatura superficial igual a 385 K. A través de estos conductos circulan los gases de escape a una temperatura de masa de 900 K. Para mejorar la transferencia de calor desde el gas al agua, se coloca una pared delgada de alta conductividad en el plano medio del conducto. Las propiedades físicas de los gases pueden aproximarse usando las del aire.



1. Sin la partición y con un flujo de gases igual a 0.05 kg/s. ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del conducto?.

2. Para el mismo flujo de gases que en el caso anterior y colocando la partición (la emisividad de la superficie interior del conducto y de la partición es 0.5). Determinar la temperatura de la partición y la transferencia de calor por unidad de longitud del conducto.

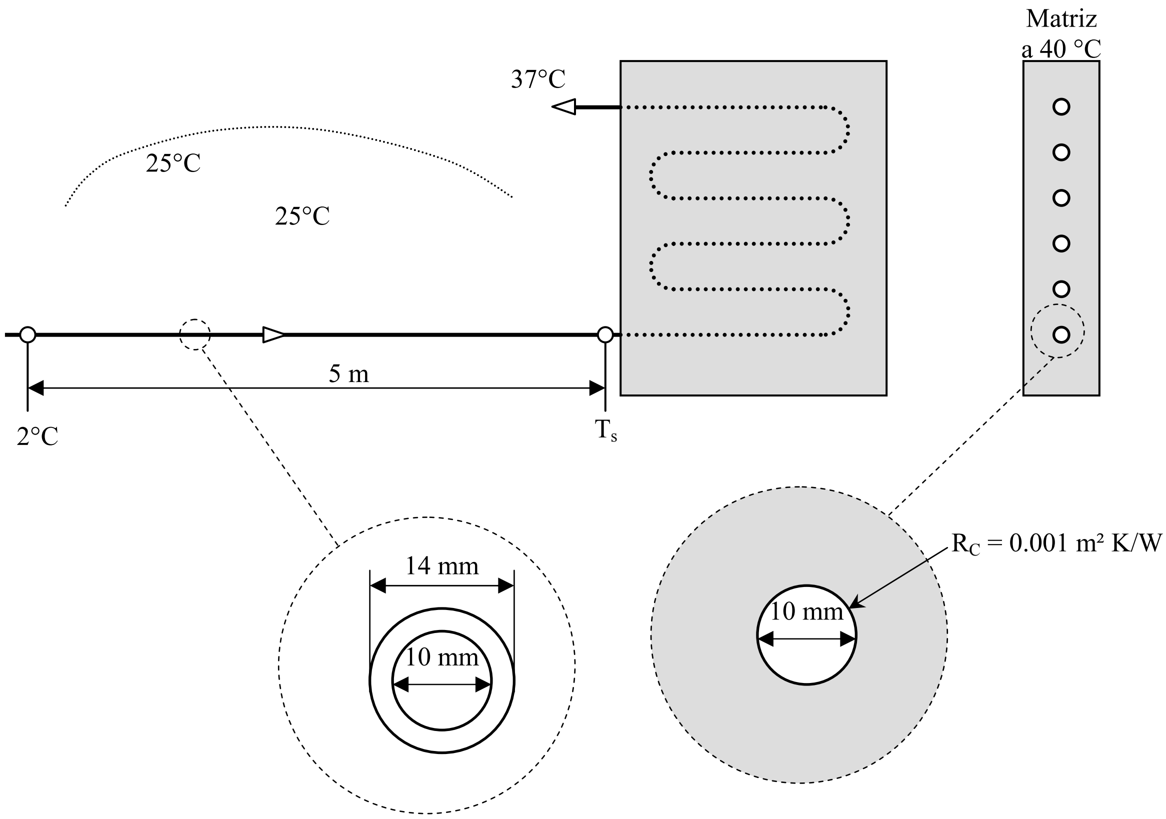
3. Explicar físicamente a que se debe el aumento de la transferencia de calor.
   a. ¿Será así para otros valores de la emisividad? Razónelo. ¿Qué valor de la emisividad hace máxima la transferencia?
   b. Si el caudal variara, ¿aumentaría siempre la transferencia de calor por convección?. Cuando así fuere ¿en qué proporción?

---

39. Durante la transfusión de sangre a un paciente se utiliza un dispositivo compuesto de dos partes: un conducto circular de caucho (k = 0.1 W/m·K) de 10 mm de diámetro interior, 14 mm de diámetro exterior y longitud 5 m, y posteriormente un calentador de sangre.

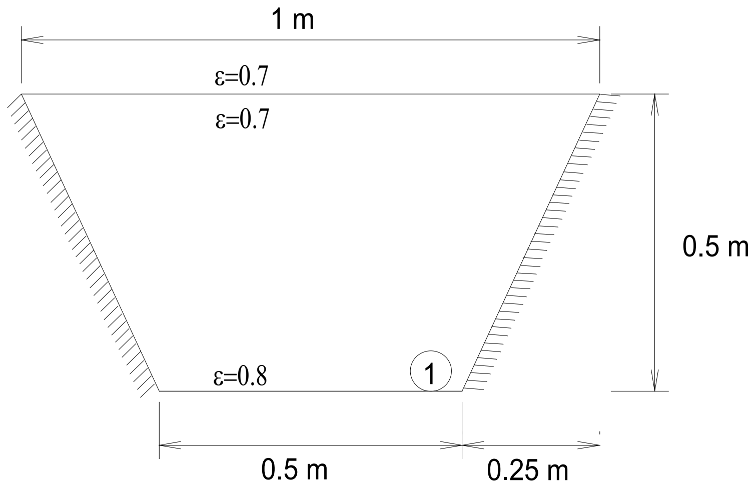
1. Un caudal de sangre de 200 ml/min entra en el conducto a 2°C procedente de un banco de sangre y atraviesa los 5 m de longitud en una habitación, cuyo aire y paredes pueden considerarse a 25°C. Suponiendo que la emisividad superficial exterior del caucho es 0.9, calcular la temperatura de la sangre al final del conducto (T_s).

2. Posteriormente ese mismo caudal de sangre entra en un calentador de sangre. El calentador está compuesto de una matriz sólida que se mantiene a una temperatura constante, 40°C en nuestro caso, en la cual se encuentra embebido el conducto. Calcular la longitud de conducto necesaria para que la sangre salga a 37°C del calentador. El conducto embebido es metálico con una conductividad muy alta y entre éste y la matriz existe una resistencia de contacto de 0.001 m² K/W.

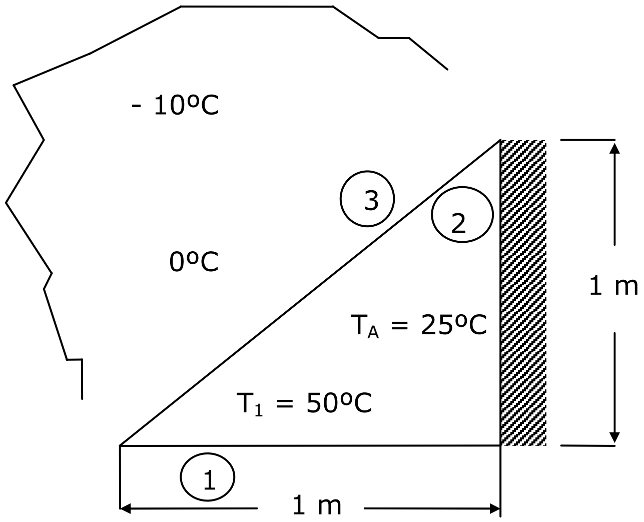


Nota: Suponer que el flujo está completamente desarrollado y que la sangre tiene las mismas propiedades que el agua

40. Se desean evaluar las pérdidas por enfriamiento durante la noche de un dispositivo de concentración, cuyo esquema se representa en la figura. La superficie inferior 1 se encuentra a 100ºC y las superficies laterales se pueden considerar adiabáticas. La temperatura del aire ambiente exterior es de 10ºC y la temperatura de cielo -10ºC. El aire exterior se considera en reposo. Calcular la temperatura de las superficies laterales y las pérdidas al exterior.



41. El recinto de la figura consta de tres superficies; la superficie inferior (superficie 1) es negra y se encuentra a 50ºC, la superficie 2 es adiabática y tiene una emisividad 0,5 y la tercera puede considerarse que no presenta resistencia a la conducción y su emisividad es 0,8 para ambas caras. En el interior del recinto hay aire a 25 ºC, y en el exterior del mismo la temperatura del aire es de 0 ºC, siendo la temperatura de cielo de 10 ºC. Determinar el calor que hay que aportar o sustraer del aire para mantener su temperatura (25 ºC).
Nota: El coeficiente de película interior se puede suponer igual a 3 W/m^2 K para todas las superficies.



---

42. Una de las técnicas para medir coeficientes de película consiste en pegar una lámina metálica muy delgada sobre un material aislante y exponer la otra cara al flujo de fluido. Sometiendo la lámina a una diferencia de potencial eléctrica, la lámina disipa un calor uniformemente, P''_{elec}. Si el espesor de aislamiento es *L*, la conductividad térmica del aislante *k*, y las temperaturas (T_∞, T_s, T_b) se miden, el coeficiente de película puede ser calculado.

Si $T_\infty = T_b = 25°C$, $P''_{elec} = 2000\ W/m^2$, $L = 10\ mm$, $k = 0.040\ W/m{\cdot}K$, Calcular:

A. El coeficiente de película cuando el fluido es agua ($T_s = 27°C$), ¿Cual será el error relativo cometido si se supone que todo el calor disipado se transfiere al agua por convección?
B. El coeficiente de película cuando el fluido es aire ($T_s = 125°C$), la superficie metálica tiene una emisividad de 0.15 y los alrededores pueden suponerse a una temperatura superficial media de 25°C. ¿Cual será el error relativo cometido si se supone que todo el calor disipado se transfiere al aire por convección?.

---

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Problemas resueltos de conducción

1 (Conducción, analogía eléctrica)

El muro de una cámara frigorífica de conservación de productos congelados, se constituirá del modo siguiente:

- Revoco de cemento de 2 cm de espesor (k = 0.8 kcal/h·m°C)
- Un pie (25 cm) de ladrillo macizo (k = 0.6 kcal/h·m°C)
- Pantalla antivapor de 1.2 cm de espesor (k = 0.4 kcal/h·m°C)
- Corcho expandido (k = 0.05 kcal/h·m°C)
- 7 cm de ladrillo hueco (k = 1.1 kcal/h·m°C)
- Revoco de cemento de 2 cm de espesor (k = 0.8 kcal/h·m°C)

Siendo la temperatura interior -25°C y la del exterior 30°C.

Si las pérdidas horarias por unidad de área del muro, se evalúan por motivos económicos en 10 kcal/h·m², determinar:

a. El coeficiente global de transmisión de calor del muro
b. El espesor de corcho que debe colocarse
c. La distribución de temperaturas en el muro

Se tomarán como coeficientes de transmisión de calor por convección exterior e interior 20 y 12 kcal/h·m²°C, respectivamente.

Solución:

Datos:

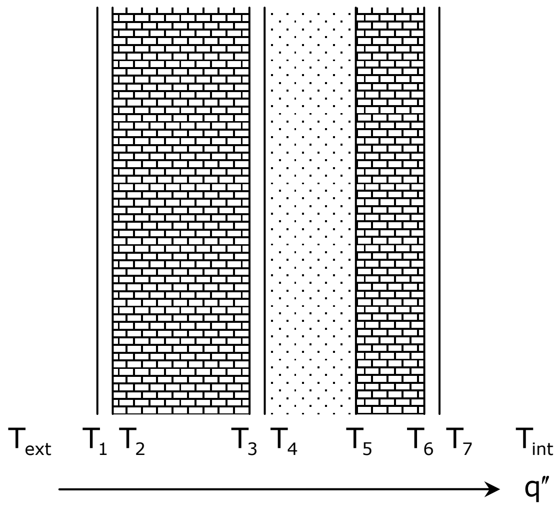
	Capa					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Espesor (cm)	2	25	1.2	¿?	7	2
Conductividad (kcal/h·m°C)	0.8	0.6	0.4	0.05	1.1	0.8

- Temperaturas: $T_{ext} = 30°C \quad T_{int} = -25°C$
- Coeficientes de película: $h_{ext} = 20\ kcal/h{\cdot}m^2°C \quad h_{int} = 12\ kcal/h{\cdot}m^2°C$
- Flujo de calor por unidad de área: $q'' = 10\ kcal/h{\cdot}m^2$

Incógnitas:

a. Coeficiente global de transmisión de calor: U
b. Espesor de la capa de corcho: e_4
c. Distribución de temperaturas en el muro.

Esquema:



Desarrollo:

a. Coeficiente global de transmisión de calor:

$$q'' = U\left(T_{ext} - T_{int}\right); \quad U = \frac{q''}{\left(T_{ext} - T_{int}\right)} = 0.182\ \text{kcal/h·m}^2\text{°C}$$

b. Espesor de aislante:

Utilizando la analogía eléctrica en conducción:

$$q'' = \frac{\left(T_{ext} - T_{int}\right)}{\sum_i R_i''} = \frac{\left(T_{ext} - T_{int}\right)}{\frac{1}{h_{ext}} + \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{e_3}{k_3} + \frac{e_4}{k_4} + \frac{e_5}{k_5} + \frac{e_6}{k_6} + \frac{1}{h_{int}}}$$

En la ecuación anterior la única incógnita es el espesor de corcho:

$$e_4 = 24.03\ \text{cm}$$

Las resistencias asociadas a cada una de las capas son las siguientes:

	Capa							
	ext	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**int**
Resistencia (m²°C·h/kcal)	0.05	0.025	0.417	0.03	4.81	0.064	0.025	0.083

Podemos observar que la resistencia asociada a la capa de aislamiento (corcho) es mucho más importante que las restantes. Es por tanto la "resistencia controlante"

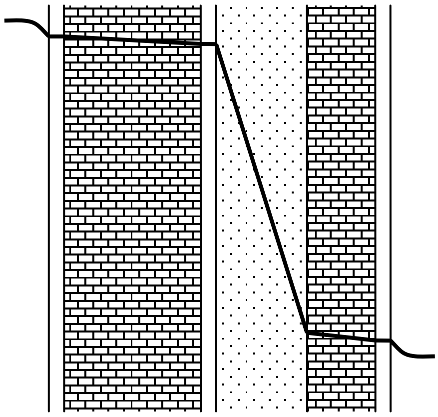
c. Distribución de temperaturas:

Si expresamos el flujo de calor entre capas consecutivas podemos ir obteniendo las temperaturas de cada una de las superficies:

$$q'' = \frac{\left(T_{ext} - T_1\right)}{\frac{1}{h_{ext}}}; \quad T_1 = 29.5°C \qquad\qquad q'' = \frac{\left(T_1 - T_2\right)}{\frac{e_1}{k_1}}; \quad T_2 = 29.25°C$$

etc...

	Superficies								
	ext	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**int**
Temperatura (°C)	30	29.5	29.3	25.1	24.8	-23.3	-23.9	-24.2	-25



2 (Conductividad variable)

Considérese un muro compuesto por dos capas cuyas características son las siguientes:

Capa 1: espesor 0.4 m, conductividad: $k_1 = 0.9\left(1+0.006\,T\right)\left[W/m{\cdot}K\right]$
Capa 2: espesor 0.05 m, conductividad: $k_2 = 0.04\ W/m{\cdot}K$

Y sometido a un flujo solar en la cara exterior de 300 W/m², esta cara se encuentra en contacto con aire a 40°C (Coeficiente convectivo exterior 10 W/m²K). La cara interior se encuentra en contacto con aire a 20°C (Coeficiente convectivo interior 5 W/m²K)
Calcular:

a. Flujo de calor por unidad de área que atraviesa el muro.
b. Temperatura en las dos superficies extremas y en la interfase entre las dos capas

Solución:

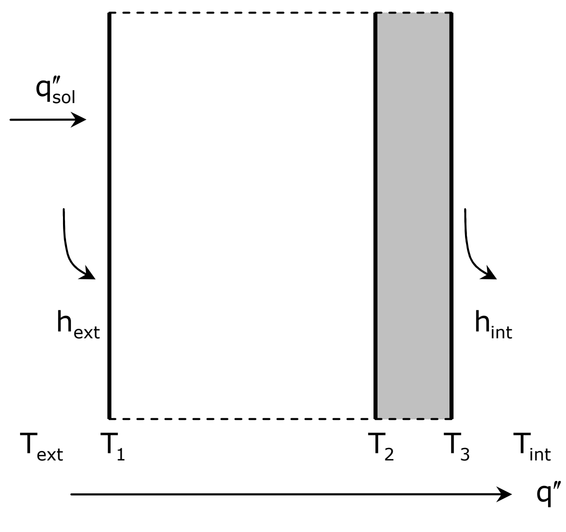
Datos:

- Capa 1: $e_1 = 0.4\ m$ $k_1 = 0.9\left(1+0.006\,T\right)\left[W/m{\cdot}K\right]$
- Capa 2: $e_2 = 0.05\ m$ $k_2 = 0.04\ W/m{\cdot}K$
- Condición de contorno exterior: $q''_{sol} = 300\ W/m^2$ $T_{ext} = 40°C$ $h_{ext} = 10\ W/m^2K$
- Condición de contorno interior: $T_{int} = 20°C$ $h_{int} = 5\ W/m^2K$

Incógnitas:

a. Flujo de calor por unidad de área que atraviesa el muro: q''
b. Temperatura de las superficies: T_1, T_2, T_3

Esquema:



Desarrollo:

a. Flujo de calor por unidad de área que atraviesa el muro:

La ecuación diferencial en la capa 1 será la siguiente:

$$\frac{d}{dx}\left(k(T)\frac{dT}{dx}\right)=0;\quad k(T)\frac{dT}{dx}=cte;\quad q''=-k(T)\frac{dT}{dx}$$

El flujo de calor por unidad de área debe ser constante. La conductividad es variables con la temperatura siguiendo una ley lineal del tipo: $k(T)=k_0(1+\beta T)$. Si integramos la ecuación anterior para toda la capa 1:

$$-\int_0^{e_1} q''\,dx=\int_{T_1}^{T_2} k_0(1+\beta T)dT$$

$$-q''e_1=k_0(T_2-T_1)+k_0\frac{\beta}{2}\left(T_2^2-T_1^2\right)=k_0(T_2-T_1)+k_0\frac{\beta}{2}(T_2-T_1)(T_2+T_1)=k_0(T_2-T_1)[1+\beta T_{med}]$$
$$-q''e_1=k_0[1+\beta T_{med}](T_2-T_1)=k_{med}(T_2-T_1)$$

Ahora impondremos las dos condiciones de contorno:

$$x=0\quad\rightarrow\quad h_{ext}(T_{ext}-T_1)+q''_{sol}=q''$$

Esta condición de contorno podemos expresarla como si fuera una condición de contorno puramente convectiva contra una temperatura equivalente (Temperatura sol-aire) de 70°C

$$x=0\quad\rightarrow\quad h_{ext}\left[\left(T_{ext}+\frac{q''_{sol}}{h_{ext}}\right)-T_1\right]=h_{ext}(T_{sol,aire}-T_1)=q''$$

En el otro contorno la condición será:

$$x=e_1\quad\rightarrow\quad q''=\frac{T_2-T_{int}}{\frac{k_2}{e_2}+\frac{1}{h_{int}}}$$

Tenemos pues 3 ecuaciones con 3 incógnitas (T_1, T_2, q''):

$$-q''e_1=k_0\left[1+\beta\left(\frac{T_2+T_1}{2}\right)\right](T_2-T_1)\qquad(1)$$

$$q''=h_{ext}(T_{ext}-T_1)+q''_{sol}\qquad(2)$$

$$q''=\frac{T_2-T_{int}}{\frac{k_2}{e_2}+\frac{1}{h_{int}}}\qquad(3)$$

Igualando la ecuación (2) con la (3) e introduciendo la (2) en la (1) tenemos 2 ecuaciones con 2 incógnitas:

$$h_{ext}(T_{ext}-T_1)+q''_{sol}=\frac{T_2-T_{int}}{\frac{k_2}{e_2}+\frac{1}{h_{int}}}$$

$$-e_1\left(h_{ext}(T_{ext}-T_1)+q''_{sol}\right)=k_0\left[1+\beta\left(\frac{T_2+T_1}{2}\right)\right](T_2-T_1)$$

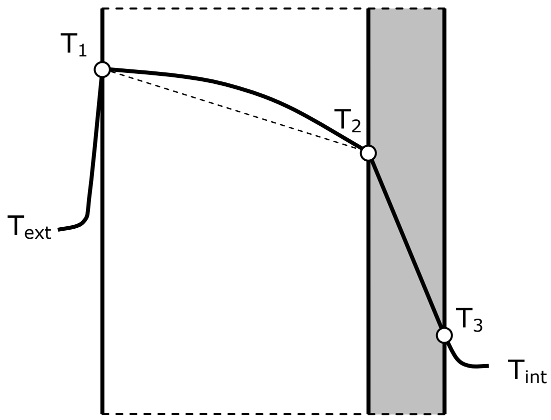
Si despejamos en la primera T_2 y lo introducimos en la segunda tendremos una ecuación cuadrática en T_1:

$T_1 = 67.33°C \quad T_2 = 58.72°C \quad q'' = 26.7\ W/m^2$

Finalmente podemos calcular la temperatura en la superficie 3:

$$q'' = \frac{T_3 - T_{int}}{\frac{1}{h_{int}}}; \quad T_3 = 25.34°C$$

Si pintamos la distribución de temperaturas será la siguiente:



3 (Generación)

Una tubería de acero de 36cm de diámetro exterior, 34cm de diámetro interior y conductividad térmica 40 kcal/h·m°C, transporta fueloil a 50°C a través de un local que se encuentra a 10°C. Con objeto de mantener constante la temperatura del fueloil, se rodea la tubería con una resistencia eléctrica asimilable a una capa de 1 cm de material de conductividad térmica 200 cal/h·m°C, y una generación uniforme de calor G. Calcular:

A. Valor mínimo de G en kcal/h·m^3 para que la pérdida de calor del fuel sea nula.
B. Distribución de temperatura en la tubería y en la resistencia.

Los coeficientes de película en el exterior e interior de la tubería son 15 y 45 kcal/h·m^2°C respectivamente.

Solución:

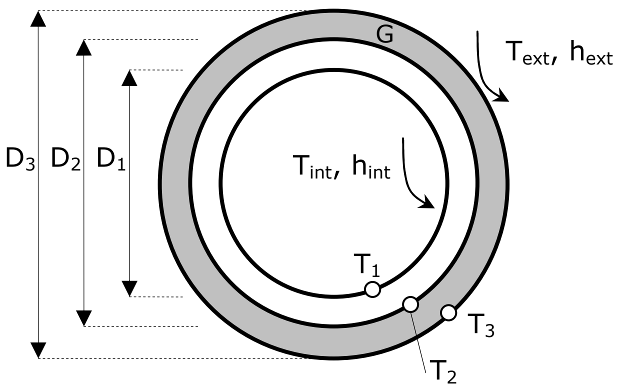
Datos:

- Capa 1 (tubería acero): $D_1 = 0.34$ m $D_2 = 0.36$ m $k_t = 40$ kcal/h·m°C
- Capa 2 (resistencia eléctrica): $D_3 = 0.38$ m $k_R = 200$ kcal/h·m°C
- Condición de contorno exterior: $T_{ext} = 10$°C $h_{ext} = 15$ kcal/h·m²°C
- Condición de contorno interior: $T_{int} = 50$°C $h_{int} = 45$ kcal/h·m²°C

Incógnitas:

A. Generación de calor volumétrica en la resistencia: G, para que las pérdidas sean nulas
B. Distribución de temperaturas: T(r).

Esquema:



Desarrollo:

A. G, para que la pérdidas sean nulas:
Para que las pérdidas de calor del fueloil sean nulas es necesario que el calor por convección en el interior de la tubería sea cero, o lo que es lo mismo, que no exista diferencia de temperaturas entre el fluido y la superficie interna del acero:

$$T_{int} = T_1 = 50°C$$

Podemos decir también, que como la capa de acero no tiene generación interna el flujo de calor por conducción (q) a través de ella debe ser constante y como en la superficie interior es cero, debe ser cero en toda la capa cilíndrica, o lo que es lo mismo la temperatura debe ser constante en toda la capa de acero, e igual a la del fueloil:

$$T_{int} = T_1 = T_2 = 50°C$$

Para la segunda capa tenemos generación y por tanto la ecuación general de transmisión de calor en este medio es:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(k_2\, r\frac{dT}{dr}\right) + G = 0$$

Con condiciones de contorno:

$$r = r_2 \quad \rightarrow \quad -k_2 \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_2} = 0$$

$$r = r_3 \quad \rightarrow \quad -k_2 \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_3} = h_{ext}(T_3 - T_{ext})$$

Integrando la ecuación diferencial una vez e imponiendo la primera condición de contorno, tendremos:

$$k_2 r\frac{dT}{dr} = -\frac{G}{2}r^2 + C_1; \quad 0 = -\frac{G}{2}r_2^2 + C_1; \quad C_1 = \frac{G}{2}r_2^2$$

$$k_2 r\frac{dT}{dr} = -\frac{G}{2}\left(r^2 - r_2^2\right)$$

Integrando una segunda vez tendremos:

$$\int dT = -\frac{G}{2k_2}\int\left(r - \frac{r_2^2}{r}\right)dr; \quad T = -\frac{G}{2k_2}\left(\frac{r^2}{2} - r_2^2\ln(r)\right) + C_2$$

Si imponemos la segunda condición de contorno:

$$-k_2\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r_3} = \frac{G}{2}\left(r_3 - \frac{r_2^2}{r_3}\right) = h_{ext}(T_3 - T_{ext}) = h_{ext}\left(-\frac{G}{2k_2}\left(\frac{r_3^2}{2} - r_2^2\ln(r_3)\right) + C_2 - T_{ext}\right)$$

$$C_2 = \frac{G}{2h_{ext}}\left(r_3 - \frac{r_2^2}{r_3}\right) + \frac{G}{2k_2}\left(\frac{r_3^2}{2} - r_2^2\ln(r_3)\right) + T_{ext}$$

Luego:

$$T(r) = -\frac{G}{2k_2}\left(\frac{r^2}{2} - r_2^2 \ln(r)\right) + \frac{G}{2k_2}\left(\frac{r_3^2}{2} - r_2^2 \ln(r_3)\right) + \frac{G}{2h_{ext}}\left(r_3 - \frac{r_2^2}{r_3}\right) + T_{ext}$$

Si ahora imponemos que la temperatura en la cara interior tiene que ser 50°C Tendremos una ecuación de la cual obtenemos el valor de la generación:

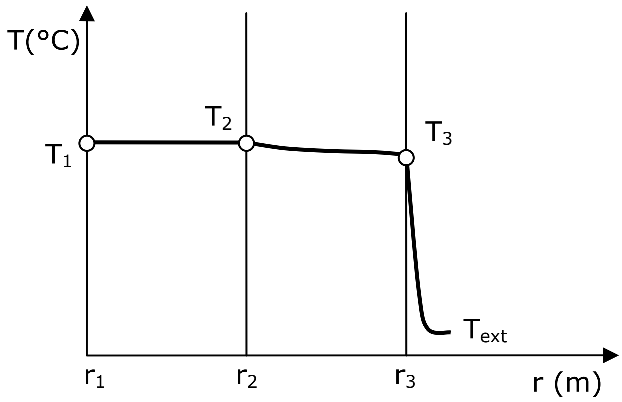
$$T_2 = 50°C = -\frac{G}{2k_2}\left(\frac{r_2^2}{2} - r_2^2 \ln(r_2)\right) + \frac{G}{2k_2}\left(\frac{r_3^2}{2} - r_2^2 \ln(r_3)\right) + \frac{G}{2h_{ext}}\left(r_3 - \frac{r_2^2}{r_3}\right) + T_{ext}$$

$$G = 61598\ \text{kcal}/\text{h}\cdot\text{m}^3$$

B. Distribución de temperaturas:

Y por tanto la distribución de temperaturas será:

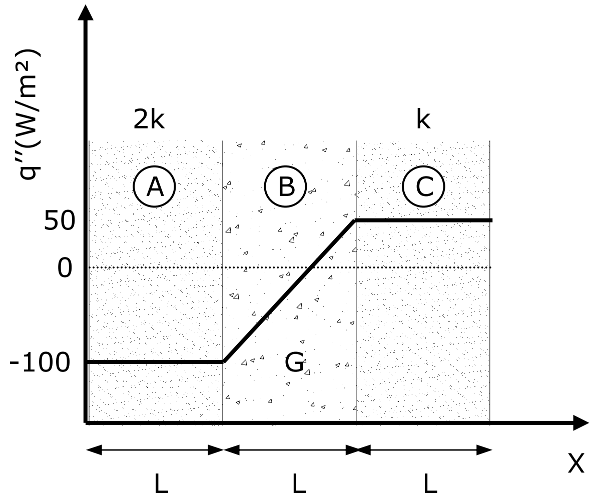
$$T(r) = -77\,r^2 + 5\ln(r) + 61.05 \quad [°C]$$



4 (Cuestión)

La siguiente figura muestra la distribución de densidad de flujo de calor q" (W/m²) en el espesor de un muro con tres capas. La conductividad de las tres capas es constante, siendo la del material A, el doble (2k) a la del material C (k).

A. Calcular el valor de la generación volumétrica G en el material B.
B. Calcular que proporción existe entre dT/dx en el material A y el C.
C. Dibujar cualitativamente la distribución de temperatura en el muro en función de x.



Solución:

Datos:

- Capa A: $k_A = 2k$, Capa C: $k_C = k$
- Espesores: $e_A = e_B = e_C = L$
- Distribución de flujo de calor por unidad de área: $q''(x)$

Incógnitas:

A. Generación de calor volumétrica en el material B: G.
B. $\dfrac{dT_A}{dx} \Big/ \dfrac{dT_C}{dx}$
C. Dibujar cualitativamente: T(r).

Desarrollo:

A. G en el material B:

Si realizamos un balance de energía en la capa B, tendremos (debemos suponer que los flujos de calor son positivos en la dirección creciente de la coordenada x):

$$q''_A\,A + G\,A\,L = q''_C\,A; \quad G = \frac{-q''_A + q''_C}{L} = \frac{150}{L}\ \mathrm{W/m^3}$$

B. Proporción entre dT/dx en el material A y en el C:

$$q''_A = -k_A \frac{dT_A}{dx}; \quad \frac{dT_A}{dx} = -\frac{q''_A}{k_A} = \frac{100}{2k} = \frac{50}{k}$$

$$q''_C = -k_C \frac{dT_C}{dx}; \quad \frac{dT_C}{dx} = -\frac{q''_C}{k_C} = -\frac{50}{k}$$

Luego las derivadas en ambos medios son de igual valor y signo contrario:

$$\frac{dT_A}{dx} \Big/ \frac{dT_C}{dx} = -1; \quad \frac{dT_A}{dx} = -\frac{dT_C}{dx}$$

C. Distribución de temperaturas:

La ecuación diferencial en el medio B es la siguiente:

$$\frac{d}{dx}\left(k_B \frac{dT}{dx}\right) + G = 0; \quad \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{G}{K_B} = 0$$

Luego la distribución de temperaturas tendrá forma de polinomio de 2º orden (parábola):

$$T(x) = -\frac{G}{2K_B} x^2 + C_1 x + C_2$$

El flujo de calor será:

$$q''(x) = -k_B \frac{dT}{dx} = G\,x - k_B C_1$$

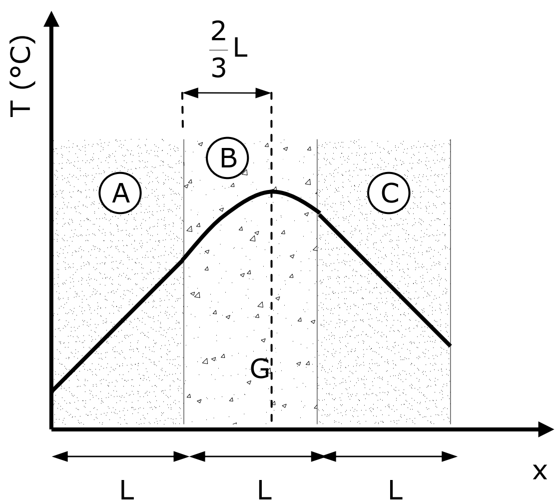
Si imponemos condiciones de contornor:

$$x = 0 \quad \to \quad q''(0) = -100; \quad -k_B C_1 = -100; \quad C_1 = \frac{100}{k_B}$$

$$x = L \quad \to \quad q''(L) = 50; \quad GL - 100 = 50; \quad G = \frac{150}{L}$$

La temperatura tendrá un máximo donde el flujo sea igual a 0:

$$q''(x) = \frac{150}{L} x - 100; \quad q''(x) = 0 \quad \to \quad x = \frac{100}{150} L = \frac{2}{3} L$$



5 (Aletas)

Se separan aire y agua mediante una pared plana hecha de acero. Se propone aumentar la razón de transferencia de calor entre estos 2 fluidos agregando aletas rectangulares rectas de acero de 1,5 mm de espesor, 2,5 cm de longitud y espaciadas 1 cm entre los centros. Calcular el porcentaje de aumento en la transferencia de calor al añadir aletas en:

A. Aire exterior
B. Lado del agua
C. Ambos lados de la pared plana

El coeficiente de película en aire es 9 kcal/h·m²°C y en agua 200 kcal/h·m²°C. La conductividad del acero es 37 kcal/h·m°C.

Solución:

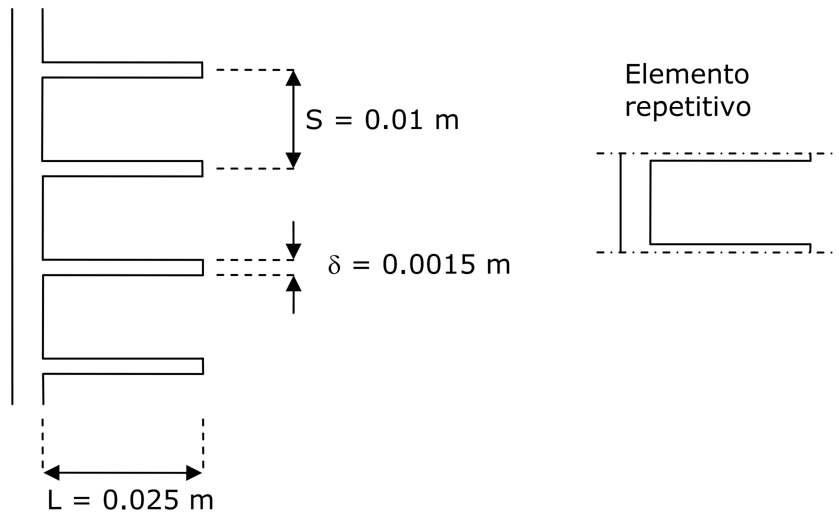
Datos:

- Lado del aire: $h_a = 9 \text{ kcal/h·m}^2\text{°C}$
- Lado del agua (w): $h_w = 200 \text{ kcal/h·m}^2\text{°C}$
- Conductividad del acero de la pared y las aletas: $k = 37 \text{ kcal/h·m°C}$
- Dimensiones de aletas: $L = 2.5$ cm; $S = 1$ cm; $\delta = 1.5$ mm

Incógnitas:

A. Porcentaje de aumento de la transferencia de calor con aletas en el aire
B. Porcentaje de aumento de la transferencia de calor con aletas en el agua
C. Porcentaje de aumento de la transferencia de calor con aletas en ambos lados

Esquema:



Desarrollo:

Calculemos en primer lugar la transferencia a través de la pared sin aletas:

$$q''_{sin} = \frac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_a} + \dfrac{1}{h_w}} = 8.612\,\Delta T \;\left[kcal/h{\cdot}m^2\right]$$

Hemos supuesto que la resistencia asociada a la capa acero es despreciable frente a las resistencias convectivas.

A. Aletas en el aire:

El flujo de calor en este caso será:

$$q_{aire} = \frac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_a A_{total}\eta_s} + \dfrac{1}{h_w A_{sin}}}$$

Donde la eficiencia global de la superficie aleteada se calcula como:

$$\eta_s = \frac{A_a \eta_a + A_p}{A_{total}}$$

Si calculamos las áreas para el elemento repetitivo tendremos los siguientes valores:
Área de aleta: $A_a = (2L + \delta)W\ [m^2]$
Área primaria: $A_p = (S - \delta)W\ [m^2]$
Área Total: $A_{total} = (S + 2L)W\ [m^2]$
Área del lado del agua: $A_{sin} = S\,W\ [m^2]$
Siendo W la longitud perpendicular al plano del dibujo

Al ser una aleta recta la eficiencia de aleta puede calcularse como:

$$\eta_a = \frac{tgh(m L_C)}{m L_C} = 0.934 \quad \text{Donde} \quad m = \sqrt{\frac{2 h_a}{k\,\delta}} = 18.01,\ L_c = L + \delta/2 = 0.02575\ m$$

Por tanto $\eta_s = \dfrac{A_a\eta_a + A_p}{A_{total}} = 0.9433$ y $q_{aire} = \dfrac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_a A_{total}\eta_s} + \dfrac{1}{h_w A_{sin}}} = 0.4028\,W\,\Delta T\ [kcal/h]$

El flujo de calor sin aletas para cada unidad repetitiva será:
$q_{sin} = 8.612\,S\,W\,\Delta T = 0.08612\,W\,\Delta T\ [kcal/h]$
y por tanto el porcentaje de aumento es: 368%

B. Aletas en el agua:

El flujo de calor en este caso será:

$$q_{agua} = \frac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_w A_{total}\eta_s} + \dfrac{1}{h_a A_{sin}}}$$

La obtención de la eficiencia global de la superficie aleteada se obtiene igual que antes pero usando el coeficiente de película del agua:

$$\eta_a = \frac{tgh(m L_C)}{m L_C} = 0.446 \quad \text{Donde} \quad m = \sqrt{\frac{2 h_w}{k\,\delta}} = 84.9,\ L_c = L + \delta/2 = 0.02575\ \text{m}$$

Por tanto $\eta_s = \dfrac{A_a\eta_a + A_p}{A_{total}} = 0.5245$ y

$$q_{agua} = \frac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_w A_{total}\eta_s} + \dfrac{1}{h_a A_{sin}}} = 0.08873\,W\,\Delta T\ [kcal/h]$$

Por tanto el porcentaje de aumento es: 3%

B. Ambos lados:

El flujo de calor en este caso será:

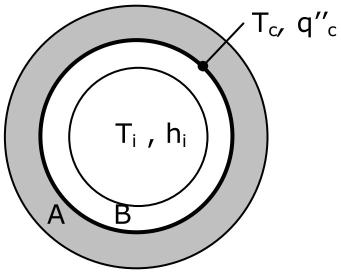
$$q_{ambos} = \frac{\Delta T}{\dfrac{1}{h_w A_{total}\eta_{s,w}} + \dfrac{1}{h_a A_{total}\eta_{s,a}}} = 0.4712\,W\,\Delta T\ [kcal/h]$$

Con lo cual el aumento con respecto a la situación inicial es del: 447%.

6 (Cuestión)

La pared de un cilindro está compuesta por dos capas de materiales con conductividad k_A y k_B. Ambos materiales están separados por una resistencia eléctrica muy delgada de muy alta conductividad. Por el interior de la tubería circula un líquido a temperatura T_i y con un coeficiente de película h_i. En el exterior la temperatura y el coeficiente de película son respectivamente T_e y h_e.

A. Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es nulo.
B. Obtener la temperatura de la resistencia eléctrica cuando el calor disipado por ésta es q''_c (W/m²).



Solución:

Datos:

- Capa A: k_A , Capa B: k_B
- Resistencia eléctrica muy delgada de alta conductividad que genera: $q''_c\ [W/m^2]$
- Condición de contorno exterior: T_e, h_e
- Condición de contorno interior: T_i, h_i

Incógnitas:

A. T_c cuando $q''_c = 0$
B. T_c cuando $q''_c \neq 0$

Desarrollo:

A:

Utilizando la analogía eléctrica de conducción, podemos expresar el flujo de calor desde la superficie intermedia hacia el interior y hacia el exterior:

$$q_i = \frac{T_c - T_i}{\dfrac{1}{h_i A_i} + \dfrac{\ln(r_c/r_i)}{2\pi k_B L}} = \frac{T_c - T_i}{\dfrac{1}{h_i 2\pi r_i L} + \dfrac{\ln(r_c/r_i)}{2\pi k_B L}}$$

$$q_e = \frac{T_c - T_e}{\dfrac{1}{h_e A_e} + \dfrac{\ln(r_e/r_c)}{2\pi k_A L}} = \frac{T_c - T_e}{\dfrac{1}{h_e 2\pi r_e L} + \dfrac{\ln(r_e/r_c)}{2\pi k_A L}}$$

Ambos han sido expresados como flujos salientes de la superficie intermedia, luego la suma de ambos debe ser igual a cero: $q_i + q_e = 0$

Si despejamos la temperatura de la interfase de la expresión anterior tendremos:

$$T_c = \frac{\dfrac{T_i}{\dfrac{1}{h_i\, r_i} + \dfrac{\ln(r_c / r_i)}{k_B}} + \dfrac{T_e}{\dfrac{1}{h_e\, r_e} + \dfrac{\ln(r_e / r_c)}{k_A}}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{h_i\, r_i} + \dfrac{\ln(r_c / r_i)}{k_B}} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{h_e\, r_e} + \dfrac{\ln(r_e / r_c)}{k_A}}}$$

B:

Para el caso de que exista una generación de energía superficial el balance de energía en esa superficie sería el siguiente:

$$q_i + q_e = q_c''\, 2\pi\, r_c L$$

Y por tanto al despejar la temperatura tendríamos:

$$T_c = \frac{q_c''\, r_c + \dfrac{T_i}{\dfrac{1}{h_i\, r_i} + \dfrac{\ln(r_c / r_i)}{k_B}} + \dfrac{T_e}{\dfrac{1}{h_e\, r_e} + \dfrac{\ln(r_e / r_c)}{k_A}}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{h_i\, r_i} + \dfrac{\ln(r_c / r_i)}{k_B}} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{h_e\, r_e} + \dfrac{\ln(r_e / r_c)}{k_A}}}$$

2.2. Problemas resueltos de convección

7 (Convección forzada flujo externo)

Una superficie plana horizontal de ancho w = 1 m, se mantiene a una temperatura uniforme de 230°C, mediante el uso de resistencias eléctricas controladas independientemente. Cada resistencia tiene una longitud de 50 mm. Si sobre la superficie circula aire atmosférico a 25°C, con una velocidad de 60 m/s, determinar la resistencia que presenta un mayor consumo y el valor del mismo.

Solución:

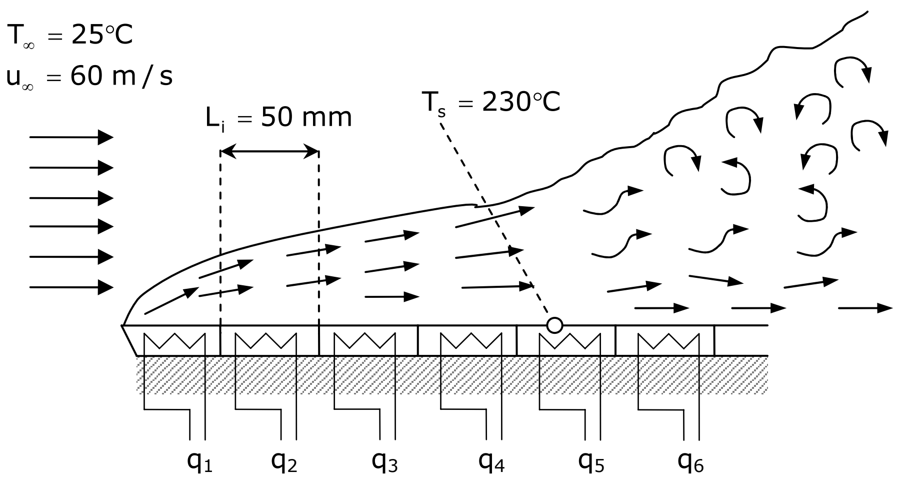
Datos:

- Flujo externo de aire a presión atmosférica: $u_\infty = 60\ m/s$ $\quad T_\infty = 25°C$
- Temperatura superficial: $T_s = 230°C$
- Longitudes: $w = 1\ m$ $\quad L_i = 0.05\ m$

Incógnitas:

La resistencia i-esima presenta la mayor potencia eléctrica, calcular cual es "i" y y cuanto vale esta potencia q_i.

Esquema:



Hipótesis:

- Régimen permanente
- Efectos de radiación despreciables
- Superficie inferior de la placa adiabática

Desarrollo:

La potencia eléctrica consumida por cada una de las resistencias será cedida por convección al aire, debido a que la cara inferior de la placa se encuentra perfectamente aislada. Por tanto, buscar la placa con máxima potencia eléctrica es lo mismo que buscar la placa con flujo de calor por convección máximo.

Veamos primero donde se produce la transición a régimen turbulento:

Las propiedades en las correlaciones de convección forzada flujo externo se evalúan en la mayoría de los casos a la temperatura media de película:

$$T_{mp} = \frac{T_\infty + T_s}{2} = 127.5\,°C$$

Propiedades del aire a 127.5°C (Tabla 4.4.1) $\begin{cases} \mu = 22.95 \cdot 10^{-6}\ N \cdot s / m^2 \\ \rho = 0.881\ kg / m^3 \\ k = 32.88 \cdot 10^{-3}\ W / m \cdot K \\ Pr = 0.706 \end{cases}$

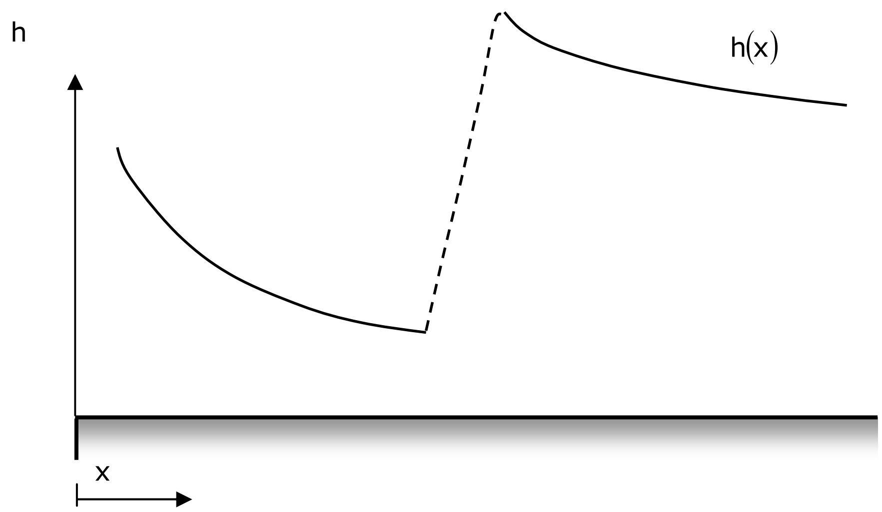
$$Re_{cr} = \frac{\rho\, u_\infty x_{cr}}{\mu} = 500000; \quad x_{cr} = \frac{Re_{cr}\,\mu}{\rho\, u_\infty} = 0.217$$

La transición se produce por tanto en el 5º elemento calentador.

El flujo de calor transferido en cada uno de los elementos será el siguiente:

$$q_i = \bar{h}_i\, w\, L_i \left(T_s - T_\infty\right)$$

Por tanto, el flujo de calor será máximo allí donde el coeficiente de película promedio sea máximo. Si recordamos como varía el coeficiente de película sobre una placa plana flujo externo, concluimos que sólo existen tres posibilidades:



1. Calentador nº 1: Corresponde al mayor coeficiente de convección local en régimen laminar
2. Calentador nº 5: Se produce la transición al turbulento y aparece el mayor coeficiente de convección local en régimen turbulento.
3. Calentador nº 6: Al ser todo el calentador turbulento puede ocurrir que el promedio sea mayor que el anterior.

Calentador nº 1:

En este calentador la corriente es laminar y a temperatura superficial constante, por tanto podemos usar la correlación Polhausen (nº 5, tabla 6.1):

$$\overline{Nu_1} = \frac{\overline{h_1}\, L_1}{k} = 0.664\, Re_1^{0.5}\, Pr^{1/3} = 0.664 \left(\frac{\rho\, u_\infty L_1}{\mu} \right)^{0.5} Pr^{1/3} = 200.64$$

$$\overline{h_1} = \frac{\overline{Nu_1}\, k}{L_1} = 131.94 \text{ W/m²K}$$

$$q_1 = \overline{h_1}\, w\, L_1 (T_s - T_\infty) = 1352 \text{ W}$$

Calentador nº 5:

El calor cedido en este elemento calefactor lo calcularemos por diferencia:

$$q_5 = q_{1-5} - q_{1-4} = \overline{h}_{1-5}\, w\, L_{1-5}(T_s - T_\infty) - \overline{h}_{1-4}\, w\, L_{1-4}(T_s - T_\infty) = \left(\overline{h}_{1-5} L_{1-5} - \overline{h}_{1-4} L_{1-4}\right) w\, (T_s - T_\infty)$$

$$\overline{Nu_{1-4}} = \frac{\overline{h}_{1-4}\, L_{1-4}}{k} = 0.664\, Re_{1-4}^{0.5}\, Pr^{1/3} = 0.664 \left(\frac{\rho\, u_\infty L_{1-4}}{\mu} \right)^{0.5} Pr^{1/3} = 401.29$$

$$\overline{h}_{1-4} = \frac{\overline{Nu_{1-4}}\, k}{L_{1-4}} = 65.97 \text{ W/m²K}$$

Al final del elemento quinto ya hemos entrado en zona turbulenta y por tanto debemos usar otra correlación (nº 9, tabla 6.1):

$$\overline{Nu_{1-5}} = \frac{\overline{h}_{1-5}\, L_{1-5}}{k} = \left(0.037\, Re_{1-5}^{0.8} - 871\right) Pr^{1/3} = \left(0.037 \left(\frac{\rho\, u_\infty L_{1-5}}{\mu} \right)^{0.8} - 871 \right) Pr^{1/3} = 561.12$$

$$\overline{h}_{1-5} = \frac{\overline{Nu_{1-5}}\, k}{L_{1-5}} = 73.80 \text{ W/m²K}$$

$$q_5 = q_{1-5} - q_{1-4} = \left(\overline{h}_{1-5} L_{1-5} - \overline{h}_{1-4} L_{1-4}\right) w\, (T_s - T_\infty) = 1077 \text{ W}$$

Calentador nº 6:
De forma similar obtenemos la potencia disipada por el sexto elemento restando al calor total entre el primer y el sexto elemento, el calor entre el primer y el quinto elemento:

$$q_6 = q_{1-6} - q_{1-5} = \left(\overline{h}_{1-6} L_{1-6} - \overline{h}_{1-5} L_{1-5}\right) w\, (T_s - T_\infty)$$

$$\overline{Nu}_{1-6} = \frac{\overline{h}_{1-6}\,L_{1-6}}{k} = \left(0.037\,Re_{1-6}^{0.8} - 871\right)Pr^{1/3} = \left(0.037\left(\frac{\rho\,u_\infty L_{1-6}}{\mu}\right)^{0.8} - 871\right)Pr^{1/3} = 771.02$$

$$\overline{h}_{1-6} = \frac{\overline{Nu}_{1-6}\,k}{L_{1-6}} = 84.50\ W/m^2K$$

$$q_6 = q_{1-6} - q_{1-5} = \left(\overline{h}_{1-6}L_{1-6} - \overline{h}_{1-5}L_{1-5}\right)w\left(T_s - T_\infty\right) = 1414\ W$$

Por tanto el elemento con máxima pérdida de calor es sexto elemento:

$$q_6 = 1414\ W > q_1 = 1352\ W > q_5 = 1077\ W$$

8 (Convección forzada flujo interno)

Se desea calentar 3 kg/s de agua desde 10°C hasta 66°C, manteniendo la temperatura de la superficie interna de la tubería a 82°C. Si el diámetro interior de la tubería es de 5 cm, determinar:

a. Longitud de tubería necesaria para alcanzar la temperatura requerida

b. Coeficiente de transferencia de calor en la superficie.

Solución:

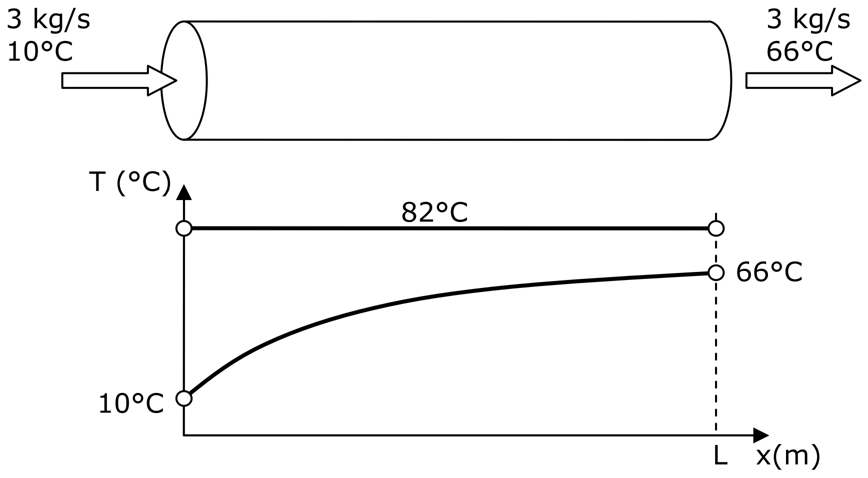
Datos:

- Caudal de agua: $\dot{m} = 3\ \text{kg/s}$
- Condiciones de entrada y salida del agua: $T_{m,ent} = 10°C$ $T_{m,sal} = 66°C$
- Temperatura de la superficie interior del conducto: $T_{sup} = 82°C$
- Diámetro interior del conducto: $D_i = 0.05\ \text{m}$

Incógnitas:

a. Longitud de la tubería: L
b. Coeficiente de transferencia de calor en la superficie: h

Esquema:



Hipótesis:

- Régimen permanente

Desarrollo:

a. Longitud de la tubería: L

Realizando un balance de energía sobre el volumen de agua podemos calcular el calor ganado por esta:

$$q = \dot{m}\, c_p \left(T_{m,sal} - T_{m,ent}\right) = 701.232 \text{ kW}$$

Donde el calor específico del agua líquida se ha evaluado a la temperatura media entre la entrada y la salida 38°C $c_p = 4.174 \text{ kJ/kg·K}$ (Tabla 4.5 de la colección de tablas, gráficas y ecuaciones de transmisión de calor)

La ecuación de transferencia para un conducto con temperatura superficial constante dice:

$$q = \bar{h}\, A\, \Delta T_{lm} = \bar{h}\, \pi D_i\, L\, \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = DTLM = \frac{\Delta T_{ent} - \Delta T_{sal}}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}\right)} = \frac{\left(T_{sup} - T_{m,ent}\right) - \left(T_{sup} - T_{m,sal}\right)}{\ln\left(\dfrac{T_{sup} - T_{m,ent}}{T_{sup} - T_{m,sal}}\right)} = 37.232°C$$

Calculo del coeficiente de película:

Las propiedades en las correlaciones de convección forzada flujo interno se evalúan en la mayoría de los casos a la temperatura media de masas:

$$T_{m,med} = \frac{T_{m,ent} + T_{m,sal}}{2} = 38\,°C$$

Propiedades del agua a 38°C (Tabla 4.5) $\begin{cases} \mu = 678.6·10^{-6} \text{ N·s/m}^2 \\ \rho = 993 \text{ kg/m}^3 \\ k = 627.7·10^{-3} \text{ W/m·K} \\ Pr = 4.521 \end{cases}$

$$Re_D = \frac{4\,\dot{m}}{\pi D_i\, \mu} = 1.126·10^5$$

El régimen es claramente turbulento (mayor que 2300), Realizamos la hipótesis de flujo completamente desarrollado L/D>10, que comprobaremos posteriormente.

Utilizando la correlación de Dittus-Boelter (correlación 27, Tabla 6.6):

$$Nu_D = \frac{\bar{h}\, D_i}{k} = 0.023\, Re_D^{0.8}\, Pr^{0.4}; \quad \bar{h} = 5805 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Volviendo a la ecuación de transferencia despejamos la longitud de tubería necesaria:

$$L = \frac{q}{\bar{h}\, \pi D_i\, \Delta T_{lm}} = 20.65 \text{ m}$$

L/D = 413, por tanto la hipótesis de flujo completamente desarrollado es válida.

Se propone utilizar alguna otra correlación válida para este caso y comparar los resultados.

9 (Convección forzada, banco de tubos)

A menudo se dispone de agua presurizada a temperaturas elevadas, la cual se puede usar para calefacción de locales o aplicaciones en procesos industriales. En tales casos es normal usar un haz de tubos en el que el agua se hace pasar por éstos, mientras que también pasa aire en flujo cruzado sobre ellos. Considérese una disposición de los tubos cruzada con un diámetro exterior de los tubos de 16.4 mm y don los espaciados longitudinales y transversales valen S_L = 34.3 mm y S_T = 31.3 mm respectivamente. Hay siete filas de tubos en la dirección del flujo de aire y ocho tubos en cada una de las filas. En condiciones de operación típicas la temperatura superficial de los tubos es de 70°C, mientras que la temperatura del flujo de aire a contracorrientes es de 15°C y su velocidad 6 m/s. Determine el coeficiente de convección del lado del aire y la transferencia de calor para el haz de tubos.

Solución:

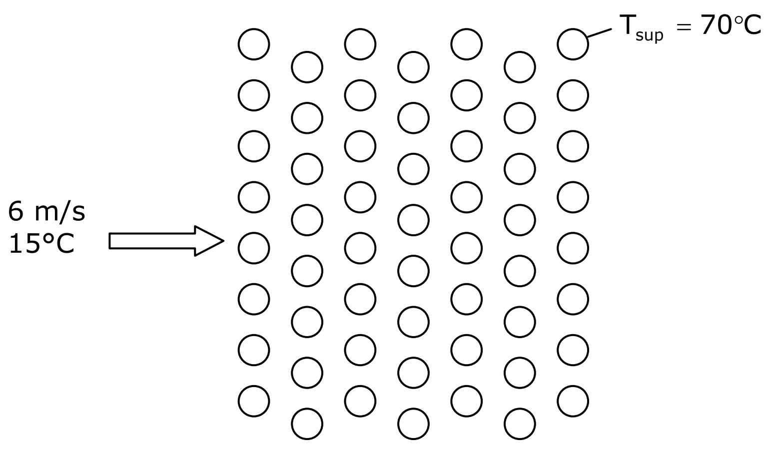
Datos:

- Condiciones del aire a la entrada: $u_\infty = 6\ m/s \quad T_\infty = T_{ent} = 15°C$
- Temperatura superficial de los tubos: $T_{sup} = 70°C$
- Geometría del haz de tubos: $D_e = 0.0164\ m \quad S_L = 0.0343\ m \quad S_T = 0.0313\ m$
- Nº de filas: 7
- Nº de tubos: 8

Incógnitas:

a. Coeficiente de película medio del lado del aire: $\overline{h}$
b. Calor total transferido en el haz de tubos: q

Esquema:



Hipótesis:

- Régimen permanente
- Efectos de radiación despreciables

Desarrollo:

Para obtener e coeficiente de película medio usaremos la correlación nº 17 de la tabla 6.5:

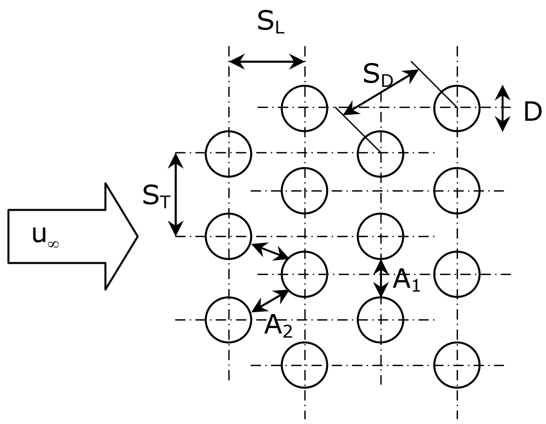
$$\overline{Nu_D} = C_1\, C_2\, Re_{D,max}^{m}\, Pr^{0.36} \left(Pr/Pr_s\right)^{1/4}$$

Donde todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura del fluido menos Pr_s que se evalúa a la temperatura de la superficie. Teóricamente deberíamos evaluar las propiedades a la temperatura media del fluido entre la entrada y la salida, comenzaremos por evaluarlas a la temperatura de entrada y más tarde recalcularemos las mismas si la temperatura de salida es sustancialmente diferente a la de entrada:

Propiedades del aire seco a 15°C (Tabla 4.5) $\begin{cases} \mu = 18.02 \cdot 10^{-6}\ N \cdot s/m^2 \\ \rho = 1.225\ kg/m^3 \\ k = 24.76 \cdot 10^{-3}\ W/m \cdot K \\ Pr = 0.7323 \end{cases}$

A la temperatura de la superficie 70°C: $Pr_s = 0.7177$

El Reynolds está basado en la máxima velocidad alcanzada por el aire:



La máxima velocidad se producirá en el lugar de sección de paso mínima:

$$A_1 = \left(S_T - D_{ext}\right) w = \left(14.9\ mm\right) w$$

$$S_D^2 = S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2; \quad S_D = 37.7\ mm$$

$$A_2 = 2\left(S_D - D_{ext}\right) w = \left(42.6\ mm\right) w$$

Por tanto la velocidad máxima se produce en la sección A_1:

$$u_\infty\, S_T = v_{max}\left(S_T - D_{ext}\right); \quad v_{max} = \frac{S_T}{S_T - D_{ext}} = 12.6\ m/s$$

$$Re_{D,max} = \frac{\rho\, v_{max} D_{ext}}{\mu} = 14047$$

Este valor está dentro de los límites de la correlación usada y si miramos las constantes de la correlación valdrán:

$$C_2 = 0.95 \quad \text{(Tabla 6.5.4)}$$

$$\frac{S_T}{S_L} = 0.915 < 2; \quad C_1 = 0.35(S_T / S_L)^{1/5} = 0.3438; \quad m = 0.6 \quad \text{(Tabla 6.5.3)}$$

$$\overline{Nu}_D = 0.3438 \cdot 0.95 \cdot Re_{D,max}^{0.6} \, Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{1/4} = 90.376$$

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}\, D_{ext}}{k}; \quad \bar{h} = \frac{\overline{Nu}_D\, k}{D_{ext}} = 136.45 \text{ W/m}^2\text{K}$$

<u>Flujo de calor:</u>

Un balance de energía sobre la corriente de aire diría que:

$$q = \dot{m}\, c_p (T_{sal} - T_{ent})$$

El flujo de calor sobre un intercambiador a temperatura superficial constante puede establecerse también como:

$$q = \bar{h}\, A_{ext}\, \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = DTLM = \frac{\Delta T_{ent} - \Delta T_{sal}}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}\right)} = \frac{(T_{sup} - T_{ent}) - (T_{sup} - T_{sal})}{\ln\left(\dfrac{T_{sup} - T_{ent}}{T_{sup} - T_{sal}}\right)} = \frac{T_{sal} - T_{ent}}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}\right)}$$

$$q = \bar{h}\, A_{ext} \frac{T_{sal} - T_{ent}}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}\right)} = \dot{m}\, c_p (T_{sal} - T_{ent})$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}\right) = \frac{\bar{h}\, A_{ext}}{\dot{m}\, c_p}; \quad \frac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}} = e^{\frac{\bar{h}\, A_{ext}}{\dot{m}\, c_p}}$$

Área exterior de transferencia de calor:

$$A_{ext} = \pi D_{ext}\, w\, N_t = 2.88 \cdot w \text{ m}^2$$

Caudal de aire:

$$\dot{m} = \rho u_\infty (8 S_T + D_{ext}/2) w = 1.9 \cdot w \text{ kg/s}$$

Luego la temperatura de salida valdrá:

$$T_{sal} = 25.21 °C$$

Y por tanto: $q = \dot{m}\, c_p (T_{sal} - T_{ent}) = 19.53 \cdot w \text{ kW}$

Deberíamos rehacer el problema calculando las propiedades a la temperatura media del fluido: $T_{med} = \dfrac{T_{sal} + T_{ent}}{2} = 20.1 °C$, pero el cambio es pequeño y el coeficiente de película saldrá aproximadamente el mismo.

10 (Convección forzada + libre, conducto circular)

Por el interior de una tubería de 1" de diámetro y 100 m de longitud, circula agua procedente de una caldera a una velocidad de 1.5 m/s. Calcular el espesor de aislamiento necesario (Conductividad del aislante: k = 0.040 W/m·K), si la caída máxima de temperatura permitida en el agua es de 0.5°C. La temperatura de salida del agua de la caldera es de 90°C y el ambiente exterior se encuentra a 10°C.

Solución:

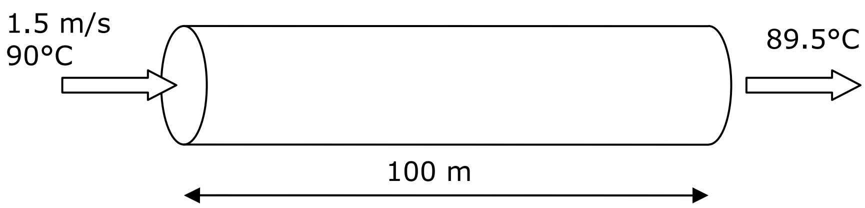
Datos:

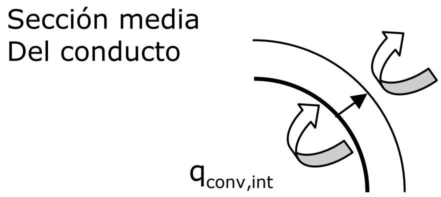
- Condiciones del agua a la entrada: $u_{m,ent} = 1.5\ m/s$ $\quad T_{m,ent} = 90°C$
- Dimensiones de la tubería: $D = 1" = 0.0254\ m$ $\quad L = 100\ m$
- Conductividad del aislante: $k_a = 0.040\ W/m{\cdot}K$
- Máxima caída de temperatura en el agua: $\Delta T_m = T_{m,ent} - T_{m,sal} = 0.5°C$
- Ambiente exterior: $T_\infty = 10°C$

Incógnitas:

Espesor de aislante: e_a

Esquema:





Hipótesis:

- Régimen permanente
- Efectos de radiación despreciables
- La tubería es de un espesor muy pequeño ($D_{int} = D_{ext}$)

Desarrollo:

Conocida la velocidad a la entrada calculamos el caudal másico de agua:

$$\dot{m} = \rho\, u_{m,ent} \pi \frac{D_{int}^2}{4} = 0.7338 \text{ kg/s}$$

Agua a presión atmosférica y 90°C, Tabla 4.5: $\rho = 965.5 \text{ kg/m}^3$

Si realizamos un balance de energía sobre el volumen de agua que circula por el interior del conducto, obtenemos la potencia perdida por el agua en su enfriamiento:

$$q = \dot{m}\, c_p \left(T_{m,ent} - T_{m,sal}\right) = \dot{m}\, c_p\, \Delta T_m = 1.542 \text{ kW}$$

Ese calor que pierde el agua es igual al calor que hacia el exterior atraviesa el conducto, utilizando la analogía eléctrica para conducción en la sección media del conducto (supondremos que la temperatura en la sección media es la media de masas):

$$q = \frac{\dfrac{T_{ent} + T_{sal}}{2} - T_\infty}{\dfrac{1}{h_{int} A_{int}} + \dfrac{\ln\left(D_{ext}/D_{int}\right)}{2\pi k_a L} + \dfrac{1}{h_{ext} A_{ext}}} = \frac{\dfrac{T_{ent} + T_{sal}}{2} - T_\infty}{\dfrac{1}{h_{int} \pi D_{int} L} + \dfrac{\ln\left(D_{ext}/D_{int}\right)}{2\pi k_a L} + \dfrac{1}{h_{ext} \pi D_{ext} L}} \qquad (1)$$

Las incógnitas en la ecuación anterior son: D_{ext}, h_{int}, h_{ext}

Podemos plantear dos ecuaciones más para cerrar el problema que son:

$$h_{int} \rightarrow Nu_{int} = f(Re, Pr)$$
$$h_{ext} \rightarrow Nu_{ext} = f(Gr, Pr)$$

Con estas tres ecuaciones el problema queda cerrado (3 ecuaciones con 3 incógnitas).

Procedamos en primera instancia al cálculo del coeficiente de película interior:

<u>Coeficiente de película interior:</u>

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi D_{int} \mu} = 1.169 \cdot 10^5$$

Propiedades del agua a la temparatura media de masas 89.75°C (aprox. 90°C, Tabla 4.5)

$$\begin{cases} \mu = 314.6 \cdot 10^{-6} \text{ N·s/m}^2 \\ \rho = 965.5 \text{ kg/m}^3 \\ k = 0.6755 \text{ W/m·K} \\ Pr = 1.958 \end{cases}$$

El régimen es turbulento ($Re_D > 2300$) con el flujo completamente desarrollado ($L/D_{int} = 3937 > 10$), usaremos la correlación (27) de la tabla 6.6:

$$\overline{Nu}_D = 0.023\,Re_D^{0.8}\cdot Pr^{0.3}; \quad \frac{\overline{h}_{int}\,D_{int}}{k} \Rightarrow \overline{h}_{nti} = 8479\ W/m^2K$$

Observamos que la resistencia asociada al coeficiente de película interior, se puede considerar despreciable frente a la del aislante.

$$R_{cv,i} = \frac{1}{h_{int}A_{int}} = 1.478\times10^{-5}\ K/W$$

Para calcular el coeficiente de película externo es necesario conocer previamente la temperatura de la superficie exterior del conducto y su diámetro exterior. Por ello se hace necesario establecer un proceso iterativo de resolución:

1. Suponer un coeficiente de película exterior inicial $h_{ext} \approx 5\ W/m^2K$
2. Calcular el diámetro exterior utilizando la ecuación (1)
3. Calcular la temperatura superficial exterior, planteando una ecuación de transferencia que contenga dicha incógnita

$$q = \frac{\frac{T_{ent}+T_{sal}}{2} - \overline{T}_{sup}}{\frac{1}{h_{int}A_{int}} + \frac{\ln(D_{ext}/D_{int})}{2\pi k_a L}} \qquad (2)$$

4. Calcular el coeficiente de película exterior $\overline{h}'_{ext}$
5. Sí $\overline{h}'_{ext} \approx \overline{h}_{ext}$ se terminó el proceso iterativo en caso contrario volver al punto 2.

El diámetro exterior calculado resolviendo de forma iterativa la ecuación (1) es: $D_{ext} = 0.075\ m$

Calculemos ahora la temperatura superficial exterior media despejando de la ecuación (2): $\overline{T}_{sup} = 23.3°C$.

<u>Calcular el coeficiente de película exterior:</u>

Podemos utilizar la correlación de Morgan (40, tabla 6.9) donde las propiedades deben evaluarse a la temperatura media de película (23.3+10)/2 = 16.6°C

$$\text{Propiedades del aire a 15°C}\ \begin{cases} \upsilon = 14.71\cdot10^{-6}\ kg/ms \\ k = 0.02476\ W/mK \\ Pr = 0.7323 \\ \beta = \dfrac{1}{16.6+273.15} = 0.0035 \end{cases}$$

$Ra_D = \dfrac{g\,\beta\,\Delta T\,D_{ext}^3}{\upsilon^2} Pr = 6.5198\,x\,10^5$, con este valor del número de Rayleigh la correlación de Morgan toma el siguiente valor:

$$Nu_D = \frac{h_{ext}D_{ext}}{k} = 0.48\,Ra_D^{1/4} \quad \rightarrow \quad h_{ext} = 4.503\ W/m^2K$$

Es ligeramente inferior al que habíamos estimado, si volvemos a calcular el diámetro exterior usando este coeficiente de película y la ecuación (1):

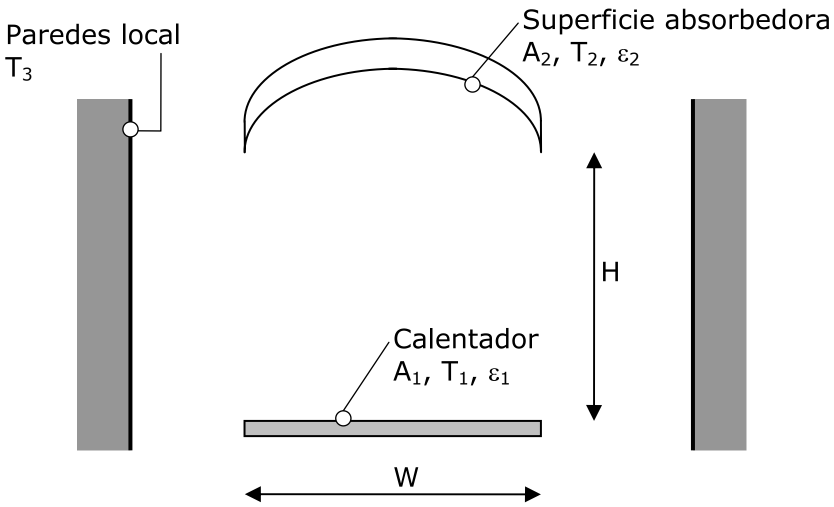
$\boxed{D_{ext} = 0.073\ \text{m} \quad e_a = 2.38\ \text{cm}}$

2.3. Problemas resueltos de radiación

11 (Ecuaciones de intercambio radiante)

El proceso de fabricación de una superficie curva de absorción solar de área A_2 = 15 m², consiste en la fijación de un recubrimiento especial sobre dicha superficie. Para fijar dicho recubrimiento se cura mediante la exposición a un calentador infrarrojo de ancho W = 1 m. El absorbedor y el calentador son cada uno de longitud L = 10 m y se encuentran separados H = 1 m.

El calentador se encuentra a T_1 = 1000 K y tiene una emisividad ε_1 = 0.9, mientras que el absorbedor está a T_2 = 600 K y tiene una emisividad ε_2 = 0.5. Todo el sistema se encuentra en un local de grandes dimensiones cuyas paredes pueden considerarse a 300 K. ¿Cuál es la transferencia neta de calor sobre la superficie de absorción?.



Solución:

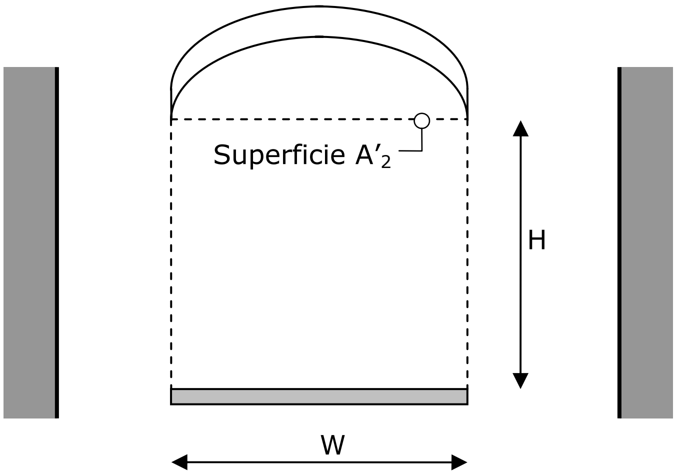
Datos:

- Calentador (superficie 1): $T_1 = 1000$ K $\quad \varepsilon_1 = 0.9 \quad A_1 = W L = 10$ m²
- Superficie absorbedora (superficie 2): $T_2 = 600$ K $\quad \varepsilon_2 = 0.5 \quad A_2 = 15$ m²
- Paredes del Local (superficie 3): $T_3 = 300$ K
- Dimensiones: $W = 1$ m $\quad H = 1$ m $\quad L = 10$ m

Incógnitas:

Flujo de calor por radiación sobre la superficie absorbedora: q_2

Esquema:



Hipótesis:

- Régimen permanente
- Los flujos de calor por convección son despreciables
- Las superficies son difusas y grises
- Las paredes del local pueden suponerse como una superficie negra ($\varepsilon_3 = 1$) que cierra el recinto a T_3 = 300 K.

Desarrollo:

El problema se constituye como un recinto formado por tres superficies que intercambian calor por radiación entre ellas, de las cuales conocemos sus temperaturas. Podemos expresar el flujo de calor sobre 2 como:

$$q_2 = \frac{M_2^0 - J_2}{\frac{(1-\varepsilon_2)}{A_2\,\varepsilon_2}} = \frac{\sigma\,T_2^4 - J_2}{\frac{(1-\varepsilon_2)}{A_2\,\varepsilon_2}}$$

La única incógnita en la ecuación anterior es la radiosidad sobre la superficie 2, J_2. Para calcular todas las radiosidades plantearemos un sistema de ecuaciones donde las radiosidades sobre cada una de las superficies sean las únicas incógnitas:

$$J_i = \varepsilon_i\,M_i^0 + (1-\varepsilon_i)\sum_{j=1}^{N} F_{ij}\,J_j$$

Si aplicamos la ecuación anterior a cada una de las superficies tendremos:

$$J_1 = \varepsilon_1\,M_1^0 + (1-\varepsilon_1)\left[F_{12}J_2 + F_{13}J_3\right]$$
$$J_2 = \varepsilon_2\,M_2^0 + (1-\varepsilon_2)\left[F_{21}J_1 + F_{22}J_2 + F_{23}J_3\right]$$
$$J_3 = M_3^0 = \sigma\,T_3^4$$

Debemos observar que la superficie 1 es plana y por tanto $F_{11} = 0$, y que sin embargo la superficie 2 es convexa, $F_{22} > 0$.

<u>Factores de forma:</u>

Si observamos la geometría del problema veremos que los factores de forma $F_{12} = F_{12'}$. Debido a que toda la radiación que sale de 1 y llega a 2', es la misma que saliendo de 1 llega a 2.

Para calcular el factor de forma $F_{12'}$ utilizaremos la gráfica 7.6 de la colección de tablas, gráficas y ecuaciones de transmisión de calor. Donde Y/L = 10/1 = 10 y X/L = 1/1 = 1. $F_{12'} = F_{12} = 0.4$.

Aplicando reciprocidad: $A_1F_{12} = A_2F_{21}$; $F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \frac{10\ m^2}{15\ m^2}0.4 = 0.267$

Aplicando adición: $F_{13} = 1 - F_{12} = 0.6$

Y por reciprocidad: $F_{31} = \frac{A_1}{A_3}F_{13} = \frac{10\ m^2}{22\ m^2}0.6 = 0.2727$ $(A_3 \approx 2HL + 2WL = 22\ m^2)$

Por simetría podemos ver que $F_{31} = F_{32'} = F_{32} = 0.2727$

Por último si aplicamos de nuevo reciprocidad y adición:

$F_{23} = \frac{A_3}{A_2}F_{32} = \frac{22\ m^2}{15\ m^2}0.2727 = 0.4$

$F_{22} = 1 - F_{21} - F_{23} = 1 - 0.267 - 0.4 = 0.333$

Sustituyendo en las ecuaciones de radiación tendremos:

$J_1 = 51569\ W/m^2$

$J_2 = 12778\ W/m^2$

$J_3 = 459\ W/m^2$

Y volviendo a la ecuación del flujo de calor sobre 2:

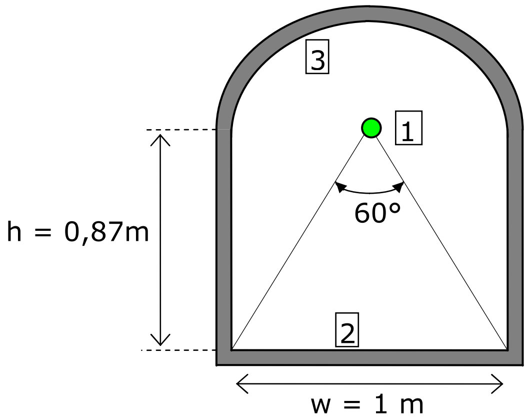
$q_2 = -81445\ W = -81.445\ kW$

Este flujo es negativo debido a que la superficie 2 absorbe más radiación de la que emite.

12 (Analogía Eléctrica + Fuente pequeña)

Un elemento cilíndrico de calentamiento de 10 mm de diámetro y gran longitud, se utiliza en un horno tal como se indica en la figura. La temperatura del elemento es T_1 = 1500 K y se puede considerar como un cuerpo negro. La superficie inferior A_2 es una superficie gris difusa, con ε_2 = 0,6 mantenida a una temperatura de 500 K. El resto de las superficies están constituidas por un material refractario adiabático, con una emisividad de 0,9. La longitud del horno en dirección normal es muy grande comparada con el ancho (w = 1 m) y la altura (h = 0,87 m). Despreciando el intercambio por convección, determinar:

1. La potencia por unidad de longitud en W/m, que ha de suministrar el elemento de calentamiento para mantener las condiciones de operación.
2. La temperatura de las paredes del horno.



Solución:

Datos:

- Calentador (superficie 1): $T_1 = 1500$ K $\quad \varepsilon_1 = 1 \quad D_1 = 0.01$ m
  $A_1 = \pi D_1 L = 0.0314 L$ m²
- Superficie inferior (superficie 2): $T_2 = 500$ K $\quad \varepsilon_2 = 0.6 \quad A_2 = wL = L$ m²
- Superficie refractaria (superficie 3): $\varepsilon_3 = 0.9$
- Dimensiones: $w = 1$ m $\quad h = 0.87$ m $\quad \alpha = 60°$

Incógnitas:

1. Flujo de calor por radiación por unidad de longitud sobre la superficie 1: q_1 (W/m).

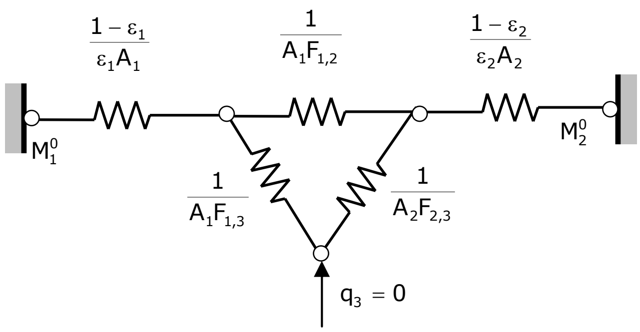
2. Temperatura de la superficie 3: T_3

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Los flujos de calor por convección son despreciables
- Las superficies son difusas y grises
- La superficie refractaria es adiabática ($q_{cd,3} = 0$) y puede considerarse el flujo de calor por convección despreciable ($q_{cv,3} = 0$), por tanto el flujo de calor por radiación debe ser también nulo ($q_{rd,3} = 0$). A este tipo de superficie se le suele llamar "rerradiantes".

Desarrollo:

El problema se constituye como un recinto formado por tres superficies que intercambian calor por radiación entre ellas, de las cuales conocemos las temperaturas de dos de ellas y el flujo de calor por radiación sobre la tercera. Este tipo de recintos con 3 superficies donde una de ellas es rerradiante pueden resolverse utilizando la analogía eléctrica.



Podemos obtener el flujo de calor sobre la superficie 1 calculado la resistencia equivalente del circuito:

$$q_1 = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{R_{eq}}$$

<u>Cálculo de factores de forma:</u>

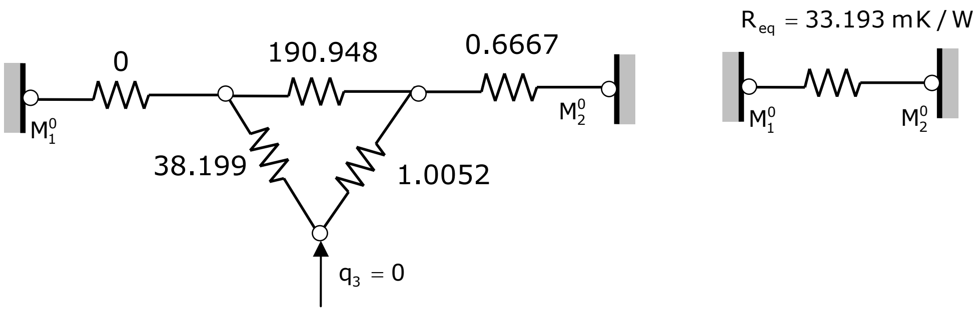
Si consideramos la superficie 1, muy pequeña (un punto) frente a las superficies 2 y 3, y recordemos que el factor de forma no es más que la fracción de radiación que saliendo de una superficie alcanza otra tendremos que:

$$F_{12} = \frac{60^\circ}{360^\circ} = 1/6 = 0.1667$$

Y si aplicamos reciprocidad y adición:

$$F_{13} = 1 - F_{12} = 5/6 = 0.8333 \qquad F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = 0.0052 \qquad F_{23} = 1 - F_{21} = 0.9948$$

Las resistencias por tanto valdrán:



$$q_1 = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{R_{eq}} = 8541\ W/m = 8.541\ kW/m$$

Para calcular la temperatura de la superficie 3 sabemos que:

$$q_3 = \frac{A_3\,\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}\left(M_3^0 - J_3\right) = 0; \quad J_3 = M_3^0 = \sigma T_3^4$$

$$q_3 = A_3 \sum_{j=1}^{3} F_{3j}\left(J_3 - J_j\right) = 0; \quad A_3F_{31}\left(J_3 - J_1\right) + A_3F_{32}\left(J_3 - J_2\right) = 0$$

Para calcular la radiosidad sobre la superficie 3 y por tanto su temperatura debemos conocer primero la radiosidad sobre las otras superficies:

$$J_1 = M_1^0 = \sigma T_1^4$$

$$q_2 = -8541\ W/m = \frac{A_2\,\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2}\left(M_2^0 - J_2\right); \quad J_2 = 9238\ W/m^2$$

Por tanto:
$$J_3 = \frac{A_1F_{13}J_1 + A_2F_{23}J_2}{A_1F_{13} + A_2F_{23}}; \quad J_3 = 10693\ W/m^2 = \sigma\ T_3^4$$

$$T_3 = 656\ K$$

Comentarios:

Si consideramos que una superficie es muy pequeña comparada con las restantes y que además se encuentra a una temperatura mucho mayor que el resto (bombillas, resistencias de calentamiento de tamaño pequeño etc...), podemos suponer que la energía que emiten es mucho mayor que la que absorben y por tanto que esta es independiente de las superficies que la rodean y función únicamente de su temperatura y propiedades radiantes:

$$q_1 = A_1\varepsilon_1 M_1^0 = A_1\sigma T_1^4 = 9018\ W/m$$

Error cometido: 5.6 %

2.4. Problemas resueltos de mecanismos combinados

13 (Mecanismos combinados, radiación + conducción)

Un conducto circular con los gases de escape de una caldera cruza verticalmente una habitación. La temperatura superficial del metal que constituye la tubería es de 200°C. Una pared de 2 m de ancho, con baja conductividad térmica (aislada) y negra a efectos radiantes se encuentra situada próxima a la tubería (ver figura 1). El efecto radiante de la tubería produce grietas por dilataciones en la pared anteriormente mencionada. Para subsanar este problema se debe mantener la pared a una temperatura no superior a 30°C y se plantean dos soluciones posibles:

1. Aislar exteriormente la tubería con una capa de aislante de conductividad 0.05 W/m·K negro en su cara exterior. Calcular el espesor de aislante necesario para mantener la pared a 30°C.

2. Se coloca una placa metálica (muy alta conductividad) a modo de pantalla de radiación tal como muestra la figura 2. La cara enfrentada a la pared se puede considerar negra y la enfrentada a la tubería tiene una emisividad ε. La pared desnuda de la tubería puede considerarse también negra. Determinar ε para que la pared se siga manteniendo a 30°C.

El resto de la habitación puede suponerse un cuerpo negro a 20°C, y el aire se encuentra a la misma temperatura.

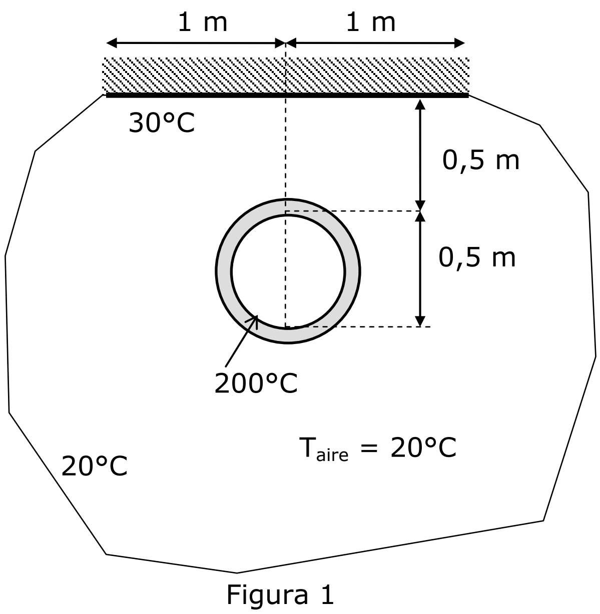


Figura 1

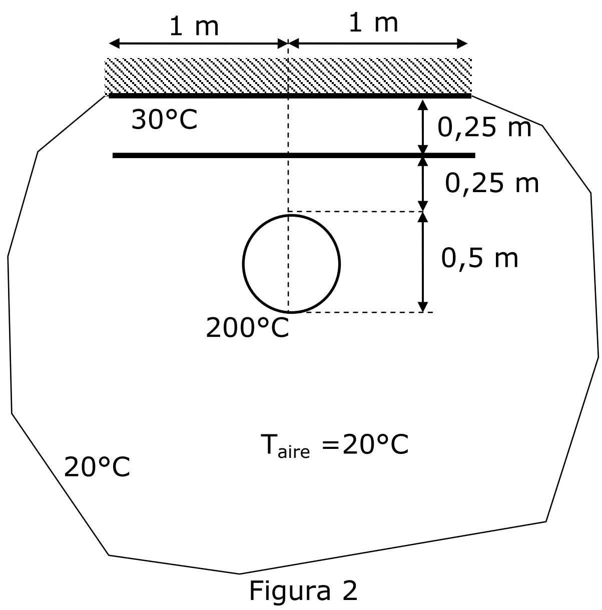


Figura 2

Notas:
- Considerar todos los coeficientes de película iguales a 10 W/m²K (tubería y pared), menos los de ambas caras de la placa metálica en el apartado 2 que serán iguales a 5 W/m²K
- Para el cálculo de factores de forma considerar, en el apartado 1, despreciable el espesor de aislamiento

Solución:

Datos:

Apartado 1:
- Superficie exterior del aislamiento (1): $\varepsilon_1 = 1$ $k_1 = 0.05\ W/m{\cdot}K$
- Temperatura superficial del conducto: $T_{sup} = 200°C$
- Pared adyacente (2): $\varepsilon_2 = 1$ $T_2 = 30°C$ $q_{CD,2} = 0$ (aislada)
- Aire y resto de la habitación (3): $T_{aire} = 20°C$ $T_{rm,hab} = T_3 = 20°C$ $\varepsilon_3 = 1$
- Todos los coeficientes de película: $h_1 = h_2 = 10\ W/m^2K$

Apartado 2:
- Superficie exterior de la tubería (1): $\varepsilon_1 = 1$ $T_1 = 200°C$
- Pared adyacente (2): $\varepsilon_2 = 1$ $T_2 = 30°C$ $q_{CD,2} = 0$ (aislada)
- Aire y resto de la habitación (3): $T_{aire} = 20°C$ $T_{rm,hab} = T_3 = 20°C$ $\varepsilon_3 = 1$
- Cara enfrentada al conducto de la placa metálica (4): $h_4 = 5\ W/m^2K$
- Cara enfrentada a la pared de la placa metálica (5): $\varepsilon_5 = 1$ $h_5 = 5\ W/m^2K$
- Resto de coeficientes de película: $h_1 = h_2 = 10\ W/m^2K$

Los datos geométricos se tomarán de las figuras del enunciado

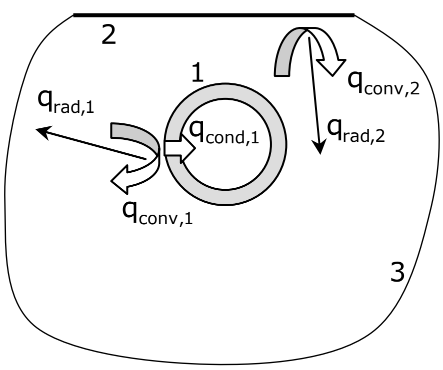
Incógnitas:

- Apartado 1: Espesor de aislamiento, e_1, para mantener la pared adyacente a 30°C
- Apartado 2: Emisividad de la cara enfrentada a la tubería de la placa metálica, ε_4, para mantener la pared adyacente a 30°C

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Conducción unidimensional en el aislamiento exterior de la tubería para el apartado 1
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante
- Suponer despreciable el espesor de aislamiento al calcular los factores de forma del recinto

Esquema:



Desarrollo:

Apartado 1:

Balance de energía sobre la superficie exterior del aislamiento (1) y sobre la pared adyacente (2) de acuerdo con los sentidos de los flujos dibujados en el esquema:

$$q_{rad,1} + q_{conv,1} + q_{cond,1} = 0 \qquad (1)$$

$$q_{rad,2} + q_{conv,2} = 0 \qquad (2)$$

Las ecuaciones de transferencia de cada uno de los flujos de calor son las siguientes:

$$q_{conv,2} = h_2 A_2 (T_2 - T_{aire}) = 10 \cdot 2\,L (30 - 20) = 200\,L \text{ [W]}$$

$$q_{conv,1} = h_1 A_1 (T_1 - T_{aire}) = 10\,A_1 (T_1 - 20) = 10\,\pi (D + 2e_1)(T_1 - 20)$$

$$q_{cond,1} = \frac{(T_1 - T_{sup})}{\dfrac{\ln\left(\dfrac{D+2e_1}{D}\right)}{2\pi k_1 L}} = \frac{2\pi\,0.05\,L}{\dfrac{\ln\left(\dfrac{0.5+2e_1}{0.5}\right)}{2\pi k_1 L}}(T_1 - 200)$$

$$q_{rad,1} = A_1\left[M_1^0 - (F_{1,2}J_2 + F_{1,3}J_3)\right]$$

$$q_{rad,2} = A_2\left[M_2^0 - (F_{2,1}J_1 + F_{2,3}J_3)\right]$$

Como todas las superficies son negras las radiosidades son de muy fácil cálculo: $J_i = M_i^0 = \sigma T_i^4$

Luego:

$$q_{rad,1} = A_1\sigma\left[T_1^4 - (F_{1,2}T_2^4 + F_{1,3}T_3^4)\right]$$

$$q_{rad,2} = A_2\sigma\left[T_2^4 - (F_{2,1}T_1^4 + F_{2,3}T_3^4)\right]$$

Cálculo de factores de forma:
Tabla 7.4: $S_1 = -1$ m $\quad S_2 = 1$ m $\quad L = 0.75$ m $\quad r = 0.25$ m

$$F_{2,1} = \frac{0.25}{2}\left[\tan^{-1}\frac{1}{0.75} - \tan^{-1}\frac{-1}{0.75}\right] = 0.23 \qquad F_{2,3} = 1 - F_{2,1} = 1 - 0.23 = 0.77$$

$$F_{1,2} = \frac{A_1}{A_2}F_{2,1} = \frac{2\,L}{\pi\,0.5\,L}0.23 = 0.29 \qquad F_{1,3} = 1 - F_{1,2} = 1 - 0.29 = 0.71$$

En la ecuación (2) la única incógnita es T_1, si despejamos:

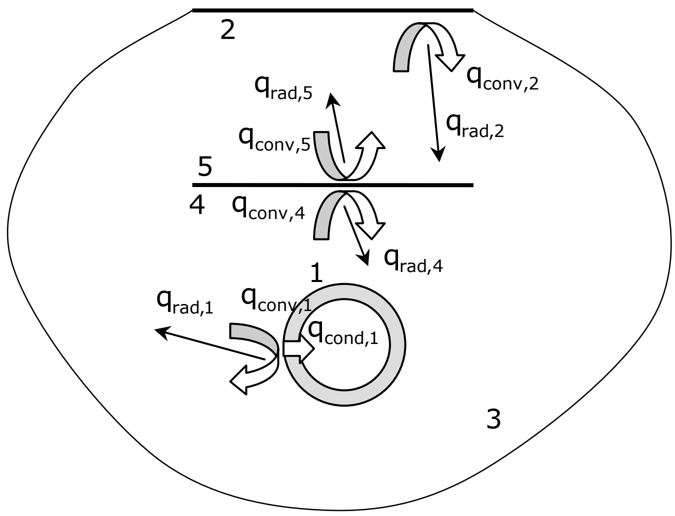
$$\boxed{T_1 = 374.4\text{ k} = 101.4°C}$$

Volviendo a la ecuación 1 la única incógnita es el espesor de aislamiento, aunque la ecuación no es lineal. Si resolvemos esta ecuación de forma iterativa obtendremos:

$\boxed{e_1 = 0.0033\ \text{m} = 3.3\ \text{mm}}$

Apartado 2:

Esquema:



Si tomamos el balance de energía sobre la superficie 2:

$$q_{rad,2} + q_{conv,2} = 0$$

El flujo de calor por convección es el mismo del apartado anterior pero el de radiación es diferente al aparecer nuevas superficies en el recinto.

$$q_{rad,2} = A_2\left[\sigma T_2^4 - \left(F_{2,1}J_1 + F_{2,3}J_3 + F_{2,4}J_4 + F_{2,5}J_5\right)\right]$$

La superficie 2 "no ve" a las superficies 1 y 4 y por tanto los factores de forma: $F_{2,1} = 0$ $\quad F_{2,4} = 0$

$$q_{rad,2} = A_2\sigma\left[T_2^4 - \left(+F_{2,3}T_3^4 + F_{2,5}T_5^4\right)\right]$$

Cálculo de factores de forma:

Tabla 7.4: $w_1 = w_2 = 2\ \text{m} \quad L = 0.25\ \text{m} \quad W_1 = w_1 / L = W_2 = w_2 / L = 8$

$$F_{2,5} = F_{5,2} = \frac{\left[(8+8)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[(8-8)^2 + 4\right]^{1/2}}{2\cdot 8} = 0.88 \qquad F_{2,3} = 1 - F_{2,5} = 1 - 0.88 = 0.12$$

Tabla 7.4: $S_1 = -1\ \text{m} \quad S_2 = 1\ \text{m} \quad L = 0.5\ \text{m} \quad r = 0.25\ \text{m}$

$$F_{4,1} = \frac{0.25}{2}\left[\tan^{-1}\frac{1}{0.5} - \tan^{-1}\frac{-1}{0.5}\right] = 0.28 \qquad F_{4,3} = 1 - F_{4,1} = 1 - 0.28 = 0.72$$

En la ecuación de balance sobre la superficie la única incógnita es T_5, si despejamos:

$\boxed{T_5 = 320.7\ \text{k} = 47.7°C}$

La temperatura de la superficie 5 debe ser igual a la de la superficie 4 puesto que ambos superficies son constituyen las dos caras de una placa metálica de muy alta conductividad.

Si planteamos a continuación un balance de energía sobre toda la placa, superficie 4 más superficie 5:

$$q_{rad,4} + q_{conv,4} + q_{rad,5} + q_{conv,5} = 0$$

Las ecuaciones de transferencia de cada uno de los flujos de calor son las siguientes:

$$q_{conv,4} = q_{conv,5} = h\,A_4\left(T_4 - T_{aire}\right) = 10{\cdot}2\,L\left(47.7 - 20\right) = 554\,L\ [W]$$
$$q_{rad,4} = A_4\left[\varepsilon_4 M_4^0 - \varepsilon_4\left(F_{4,1}J_1 + F_{4,3}J_3\right)\right]$$
$$q_{rad,5} = A_5\left[M_5^0 - \left(F_{5,2}J_2 + F_{5,3}J_3\right)\right]$$

La única incógnita en la ecuación de balance anterior es la emisividad de la superficie 4, que si sustituimos:

$\boxed{\varepsilon_4 = 0.82}$

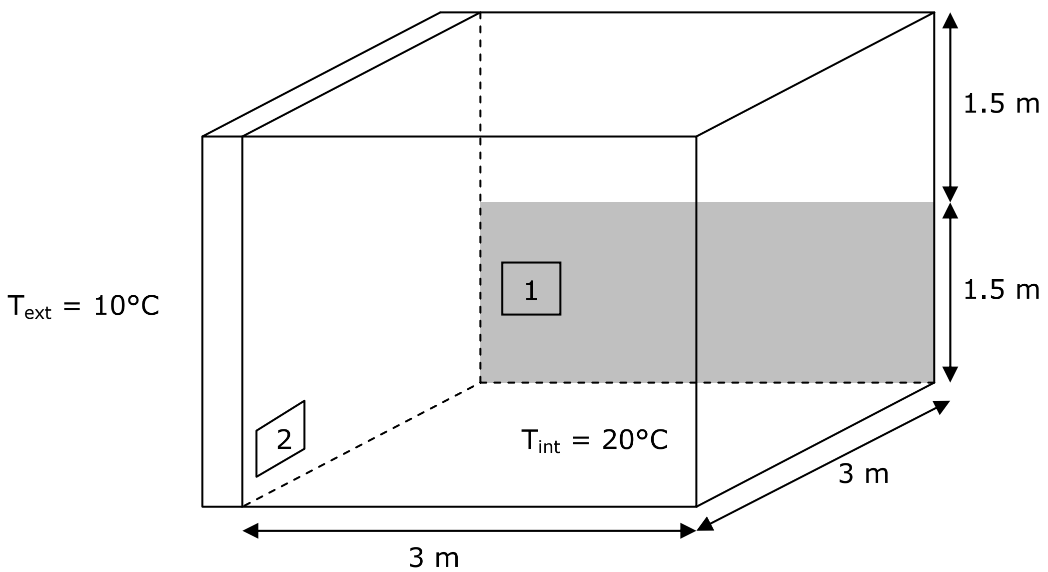
14 (Mecanismos combinados, Analogía eléctrica + h rad.)

El aire de un local acondicionado se encuentra a una temperatura de 20°C, en él se encuentra situado un radiador (superficie 1) de emisividad superficial 0.9, y una pared conectada con el exterior (superficie 2), cuya cara interior y exterior tienen un emisividad de 0.8. La cara interior del muro (superficie 2) tiene un coeficiente de película de h_{int} = 3 W/m²K y en su cara exterior intercambia calor por convección con el aire ambiente a 10°C (el coeficiente de película exterior puede considerarse de h_{ext} = 10 W/m²K) y por radiación con los alrededores que también pueden considerarse a una temperatura de 10°C. Las restantes superficies del local, excepto el radiador y el muro exterior deben considerarse rerradiantes.

Calcular la temperatura superficial del radiador para que las pérdidas de calor por conducción en el muro conectado con el exterior no superen el 80% del calor total emitido radiantemente por el radiador.

La composición del muro exterior es:

Capa	Espesor (cm)	Conductividad (W/mK)
Enlucido de cemento	2	1.0
Ladrillo macizo	25	0.7
Enlucido de cemento	2	1.0



Solución:

Datos:

- Temperatura del aire del local: $T_{int} = 20°C$

- Temperatura del aire exterior: $T_{ext} = 10°C$
- Superficie 1 (radiador): $\varepsilon_1 = 0.9$ $A_1 = 3\text{ m} \cdot 1.5\text{ m} = 4.5\text{ m}^2$
- Pared al exterior:
  - Cara interior (superficie 2): $\varepsilon_2 = 0.8$ $h_2 = 3\text{ W/m}^2\text{·K}$ $A_2 = 9\text{ m}^2$
  - Cara exterior: $\varepsilon_{ext} = 0.8$ $h_{ext} = 10\text{ W/m}^2\text{·K}$ $A_{ext} = A_2$
- Temperatura media radiante del exterior: $T_{mr,ext} = 10°C$
- Las restantes superficies del local son rerradiantes.

- Composición del muro exterior:
  - $e_1 = 0.02\text{ m}$; $k_1 = 1.0\text{ W/m·K}$
  - $e_2 = 0.25\text{ m}$; $k_2 = 0.7\text{ W/m·K}$
  - $e_3 = 0.02\text{ m}$; $k_3 = 1.0\text{ W/m·K}$

Incógnitas:

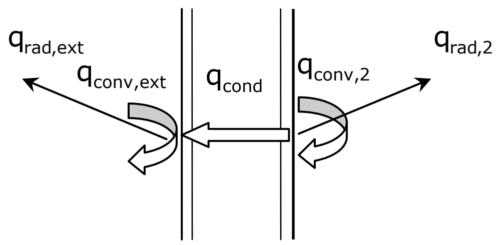
Temperatura de la superficie 1 (radiador), para que el flujo de calor por conducción en el muro sea el 80% del calor emitido radiantemente por 1.

$T_1\,?\quad \rightarrow \quad q_{cond} = 0.8\,q_{rad,1}$

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Conducción unidimensional en el muro exterior
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante

Esquema:



Desarrollo:

Balance de energía sobre las superficies interior (2) y exterior (s,ext) de acuerdo con los sentidos de los flujos dibujados en el esquema:

$$q_{conv,2} = q_{cond} + q_{rad,2} \tag{1}$$
$$q_{cond} = q_{conv,ext} + q_{rad,ext} \tag{2}$$

Las ecuaciones de transferencia de cada uno de los flujos de calor son las siguientes:

$$q_{conv,2} = h_2 A_2 \left(T_{int} - T_2\right)$$

$$q_{cond} = A_2 \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{\sum\limits_{capas} \frac{e_j}{k_j}} = A_2 \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{\frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{e_3}{k_3}}$$

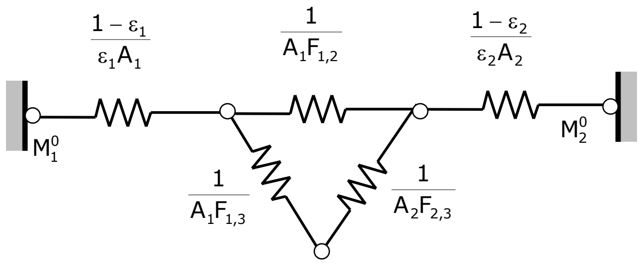
$$q_{conv,ext} = h_{ext} A_2 \left(T_{s,ext} - T_{ext}\right)$$

$$q_{rad,ext} = h_{rad} A_2 \left(T_{s,ext} - T_{rm,ext}\right); \qquad \text{donde} \quad h_{rad} = 4\,\sigma\,T_m^3\,\varepsilon_{ext}; \quad T_m = \frac{T_{s,ext} + T_{rm,ext}}{2}$$

La temperatura media para el cálculo del h radiante debe estar cercana a 10°C comencemos por suponer este valor y retomaremos esta hipótesis al final del problema para su revisión: $h_{rad} = 4.1189\ W/m^2 \cdot K$

Para calcular el flujo de calor por radiación en 2 debemos resolver el intercambio radiante en el local interior, por ser un recinto con 3 superficies con una de ellas rerradiantes podemos utilizar la analogía eléctrica (la superficie 3 está constituida por el resto de las superficies del recinto que no son ni 1 ni 2).

$$q_{rad,2} = \frac{\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)}{R_{eq}}$$



Cálculo de los factores de forma:

$$A_2 F_{2,1} + A_2 F_{2,A} = A_2 F_{2,1A}$$

$$F_{2,1} = F_{2,A} \qquad F_{2,1} = \frac{F_{2,1A}}{2}$$

De la Gráfica 7.7

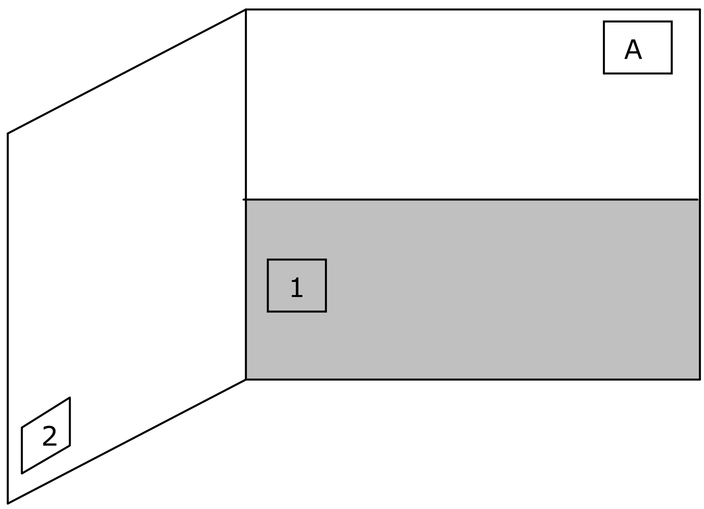
$W/D = 1; \quad L/D = 1 \rightarrow F_{2,1A} = 0.2$

$$F_{2,1} = \frac{F_{2,1A}}{2} = 0.1$$

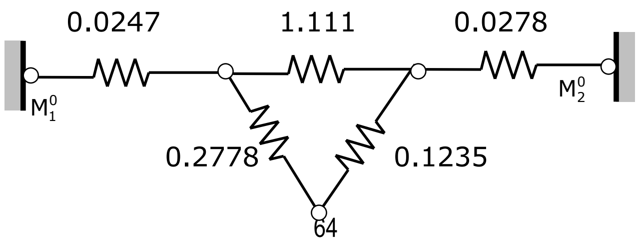
$$F_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} F_{2,1} = 0.2$$

$$F_{1,3} = 1 - F_{1,2} = 0.8$$

$$F_{2,3} = 1 - F_{2,1} = 0.9$$



Luego:



$$R_{eq} = 0.0247 + \frac{1}{\dfrac{1}{1.111} + \dfrac{1}{(0.2778 + 0.1235)}} + 0.0278 = 0.3473\ K/W$$

$$q_{rad,2} = \frac{\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)}{0.3473}\ [W]$$

Si sustituimos las ecuaciones de transferencia en las dos ecuaciones de balance (1) y (2), tendremos un sistema de dos ecuaciones con 3 incógnitas (las tres temperaturas superficiales: T_1, T_2 y $T_{s,ext}$).

$$h_2 A_2 \left(T_{int} - T_2\right) = A_2 \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{\sum\limits_{capas} \dfrac{e_j}{k_j}} + \frac{\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)}{R_{eq}} \quad (1)$$

$$A_2 \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{\sum\limits_{capas} \dfrac{e_j}{k_j}} = h_{ext} A_2 \left(T_{s,ext} - T_{ext}\right) + h_{rad} A_2 \left(T_{s,ext} - T_{rm,ext}\right) \quad (2)$$

Para cerrar el sistema necesitamos otra ecuación que la obtenemos de la condición impuesta por el problema:

$$q_{cond} = 0.8\, q_{rad,1}\ ; \quad q_{cond} = 0.8\, \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{0.3473} \quad (3)$$

Sustituyendo:

$$27\,\left(20 - T_2\right) = 9\, \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{0.3971} + \frac{\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)}{0.3473} \quad (1)$$

$$\frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{0.3971} = 10\left(T_{s,ext} - 10\right) + 4.1189\left(T_{s,ext} - 10\right) \quad (2)$$

Si introducimos las ecuaciones (3) en la (1):

$$27\,\left(20 - T_2\right) = q_{cond} - \frac{1}{0.8} q_{cond} = -0.25\left[9\, \frac{\left(T_2 - T_{s,ext}\right)}{0.3971}\right]$$

Con esta ecuación y la ecuación (2) tenemos un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que resolvemos:

$T_2 = 22.167\ °C$; $\quad T_{s,ext} = 11.842\ °C$

En este punto deberíamos recalcular el coeficiente de película radiante con la nueva temperatura media, si lo hacemos: $h_{rad} = 4.1592\ W/m^2{\cdot}K$ observamos que el cambio es muy pequeño y que no merece la pena rehacer todos los números.

Volviendo a la ecuación (3) obtenemos la temperatura superficial del radiador:

$$\boxed{T_1 = 311.354\ K = 38.204\ °C}$$

Comentarios:

Al plantear el balance de energía sobre la superficie (2) podríamos haber expresado el flujo de calor por conducción como:

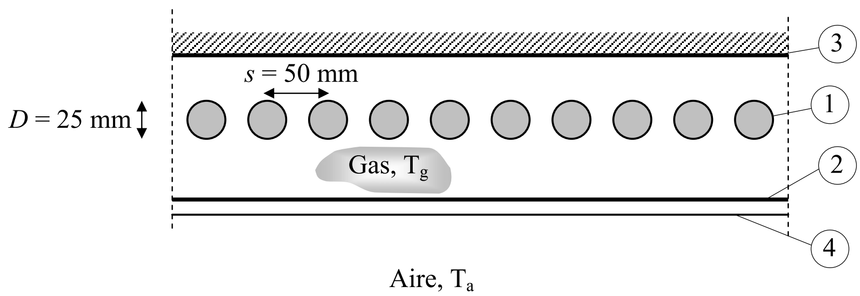
$$q_{cond} = A_2 \frac{(T_2 - T_{ext})}{\sum_{capas} \frac{e_j}{k_j} + \frac{1}{h_{ext} + h_{rad}}}$$

Eliminando la temperatura de a superficie exterior como incógnita. Esto es posible debido a que en este problema la temperatura exterior del aire y la temperatura radiante media exterior coinciden y a que el intercambio radiante puede expresarse usando un coeficiente de película radiante.

15 (Mecanismos combinados, Analogía eléctrica + Bal. aire)

Una fila de elementos de calentamiento cilíndricos regularmente espaciados (superficie 1) se usa para curar un recubrimiento superficial que se aplica a una de las caras a una lámina de metal (superficie 2) colocado por debajo de los elementos. La lámina tiene un espesor de 1 cm y una conductividad k = 30 W/m·K. Un segundo panel (superficie 3), cuya superficie superior está bien aislada, se coloca por encima de los elementos. Los elementos son negros y se mantienen a T_1 = 600 K, mientras que la lámina tiene una emisividad ε_2 = 0.5 y se mantiene a T_2 = 400 K. La cavidad se llena con un gas no participativo teniendo lugar una transferencia de calor convectiva en las superficies 1 y 2, con $\overline{h_1} = 10\ W/m^2K$ y $\overline{h_2} = 2\ W/m^2K$. (La convección en el panel aislado se puede despreciar).

1. Evalúe la temperatura media del gas, T_g.
2. ¿Qué potencia eléctrica por unidad de longitud axial debe suministrársele a cada elemento para mantener la temperatura establecida?
3. ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor por convección en la cara inferior de la lámina de metal (superficie 4) (ε_4 = 0.5) si la temperatura del aire en contacto directo con él y la temperatura media radiante de los alrededores es T_a = 300 K?.



Solución:

Datos:

- Superficie 1: $T_1 = 600\ K$ $\varepsilon_1 = 1$ $\overline{h_1} = 10\ W/m^2K$
- Superficie 2: $T_2 = 400\ K$ $\varepsilon_2 = 0.5$ $\overline{h_2} = 2\ W/m^2K$ $k_2 = 30\ W/m{\cdot}K$ $e_2 = 1\ cm$
- Superficie 3: Aislada $\rightarrow q_{cond} = 0$; Convección despreciable $\rightarrow q_{conv} = 0$
- Superficie 4: $\varepsilon_4 = 0.5$
- Aire en contacto con la superficie 4: $T_a = T_{rm,alr} = 300\ K$

Los datos geométricos se encuentran en la figura del enunciado

Incógnitas:

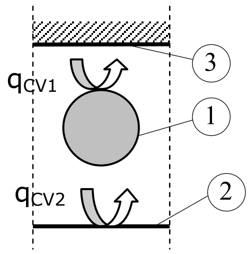
- Apartado 1: Temperatura del gas en contacto con las superficies 1, 2 y 3: T_g
- Apartado 2: Potencia eléctrica por unidad de longitud [W/m] para cada cilindro: q_1'

- Apartado 3: Coeficiente de transferencia de calor en 4: h_4

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Conducción unidimensional entre las superficies 2 y 4
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante
- Al existir un número elevado de elementos de calentamiento, estudiaremos el comportamiento de un elemento intermedio como representativo del problema.

Esquema:



Desarrollo:

Apartado 1:

Tomamos un volumen de control que contenga solamente un elemento de calentamiento, y realizamos un balance de energía sobre el gas de este volumen (régimen permanente)

$$q_{CV1} + q_{CV2} = 0$$

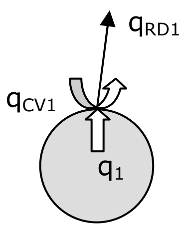
$$\overline{h}_1 A_1 \left(T_1 - T_g\right) + \overline{h}_2 A_2 \left(T_2 - T_g\right) = 0$$

Despejando la temperatura del gas de la ecuación anterior tenemos:

$$T_g = \frac{\overline{h}_1 A_1 T_1 + \overline{h}_2 A_2 T_2}{\overline{h}_1 A_1 + \overline{h}_2 A_2} = \frac{10 \cdot \pi \cdot 0.025 \cdot 600 + 2 \cdot 0.05 \cdot 400}{10 \cdot \pi \cdot 0.025 + 2 \cdot 0.05} = 577.411 \text{ K}$$

$$\boxed{T_g = 577.411 \text{ K}}$$

Apartado 2:



Balance de energía sobre la superficie 1:

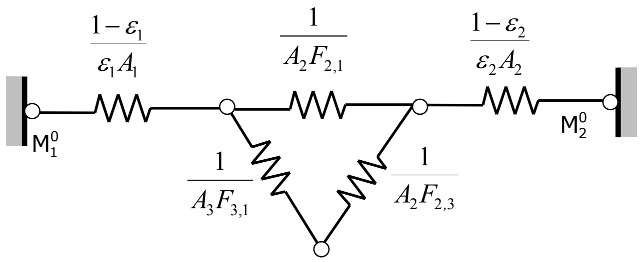
$$q'_1 = q'_{CV1} + q'_{RD1}$$

q'_1 : Potencia eléctrica consumida por cada elemento por unidad de longitud axial

$$q'_{CV1} = \overline{h}_1 \, \pi D_1 \left(T_1 - T_g\right) = 10 \cdot \pi \cdot 0.025 \cdot \left(600 - 577.411\right) = 17.741 \text{ W/m}$$

Para calcular el flujo de calor por radiación sobre la superficie 1 utilizamos la analogía eléctrica, ya que la superficie 3 puede considerarse rerradiante (aislada y con convección despreciable). En el cálculo de las resistencias utilizaremos las áreas partidas por L.

$$q'_{RD1} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{R_{eq}}$$



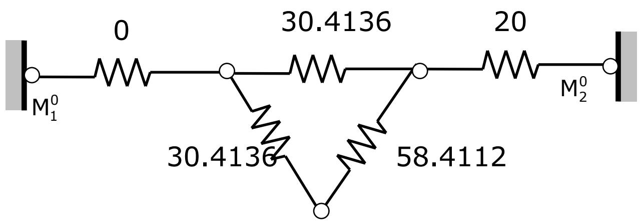
Cálculo de los factores de forma:

Factor de forma entre una placa y un conjunto infinito de cilindros equidistantes (Tabla 7.4):

$$F_{2,1} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \left(\frac{D}{s}\right)\tan^{-1}\left(\frac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2} = 0.6576$$

$$F_{2,2} = 0 \qquad F_{2,3} = 1 - 0.6576 = 0.3424 \qquad F_{3,1} = F_{2,1} = 0.6576$$

Luego la analogía eléctrica queda como:



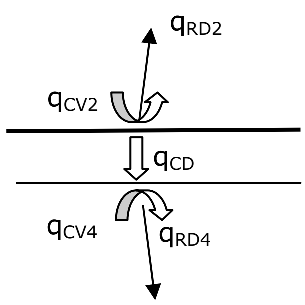
$$R_{eq} = 42.6561 \text{ K/W}$$

$$q'_{RD1} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{42.6561} = \frac{5.67\,e-8\left(600^4 - 400^4\right)}{42.6561} = 138.24 \text{ W/m}$$

Volviendo a la ecuación de balance sobre 1:

$$\boxed{q'_1 = 17.741 + 138.24 = 155.981 \text{ W/m}}$$

Apartado 3:



Balance de energía sobre 2 y 4:

$$q_{CV2} + q_{RD2} + q_{CD} = 0$$
$$q_{CV4} + q_{RD4} = q_{CD}$$

Del balance sobre la superficie 2 podemos calcular la temperatura de la superficie 4 al ser la única incógnita:

$$\overline{h}_2 A_2 \left(T_2 - T_g\right) + \frac{\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)}{R_{eq}} + \frac{\left(T_2 - T_4\right)}{\dfrac{e}{kA_4}} = 0$$

$$2 \cdot 0.05(400 - 577.411) - 138.24 + \frac{(400 - T_4)}{\dfrac{0.01}{30 \cdot 0.05}} = 0\ ;$$

$T_4 = 398.96\ \mathrm{K}$; $q'_{CD} = 155.981\ \mathrm{W/m}$

Y del balance sobre la superficie 4 despejamos el coeficiente de película:

$$\overline{h}_4 A_4 \left(T_4 - T_a\right) + \varepsilon_4 A_4 \sigma\left(T_4^4 - T_a^4\right) = 155.981\ \mathrm{W/m}$$

$$\overline{h}_4\, 0.05(398.96 - 300) + 0.5 \cdot 0.05 \cdot 5.68e - 8\left(398.96^4 - 300^4\right) = 155.981\ \mathrm{W/m}$$

$$\boxed{\overline{h}_4 = 26.587\ \mathrm{W/m^2K}}$$

16 (Mecanismos combinados)

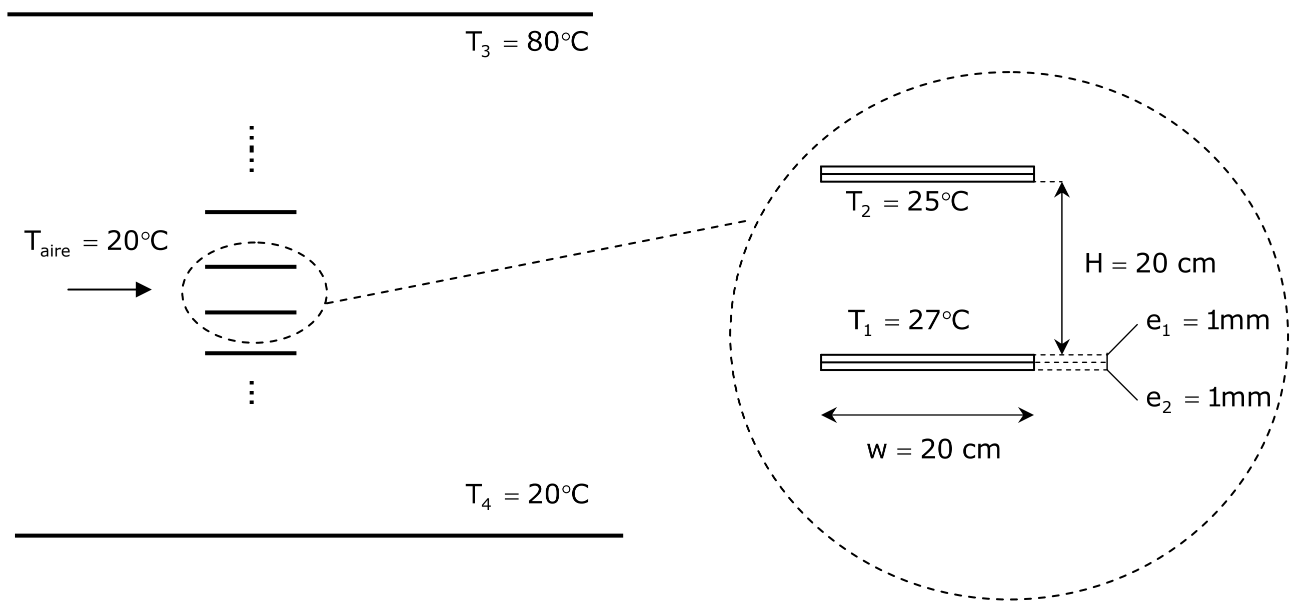
Un conjunto de placas como las de la figura se encuentran en el interior de un túnel de calentamiento muy largo, la parte alta del túnel es una superficie calefactora a 80°C (superficie 3) y puede considerarse negra a efectos radiantes. La superficie inferior (superficie 4) es también negra y se encuentra a 20°C. El aire fluye sobre las placas a 20°C.

1. Calcule el coeficiente de película medio (supuesto el mismo en ambas caras) sobre las placas si la cara superior (superficie 1) se encuentra a 27°C (negra) y la inferior (superficie 2) a 25°C ($\varepsilon_2 = 0{,}8$)

2. Calcule la velocidad del aire sobre la cara superior de la placa si ésta se encuentra en convección forzada

3. Las placas están compuestas de dos capas de materiales diferentes de espesor 1mm, la capa superior tiene una conductividad de 1W/m·K. Calcule la conductividad del material inferior.

Nota: Considerar que las capas límites que se desarrollan sobre las superficies de las placas no se interfieren entre sí



Solución:

Datos:

- Superficie 1: $T_1 = 27°C$ $e_1 = 1\,mm$ $k_1 = 1\,W/m{\cdot}K$ $\varepsilon_1 = 1$
- Superficie 2: $T_2 = 25°C$ $e_2 = 1\,mm$ $\varepsilon_2 = 0.8$
- Superficie 3: $T_3 = 80°C$ $\varepsilon_3 = 1$
- Superficie 4: $T_4 = 20°C$ $\varepsilon_4 = 1$

- Aire que fluye sobre las placas: $T_{aire} = 20°C$

Dimensiones en la figura del enunciado

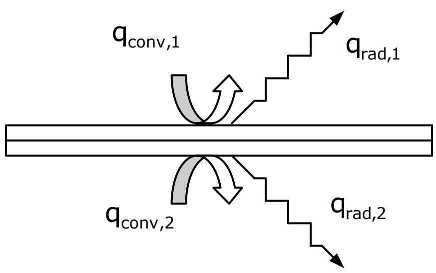
Incógnitas:

- Apartado 1: Coeficiente de película medio sobre las placas uno y dos $\bar{h} = \overline{h_1} = \overline{h_2}$.
- Apartado 2: Velocidad del aire antes de llegar a las placas u_∞ .
- Apartado 3: Conductividad del material inferior de las placas k_2 .

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Conducción unidimensional en las placas
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante
- Al existir un número elevado de placas, estudiaremos el comportamiento de una placa intermedia como representativo del problema.

Esquema:



Desarrollo:

Apartado 1:

Realizaremos un balance de energía sobre toda la placa (superficie superior más superficie inferior:

$$q_{rad,1} + q_{conv,1} + q_{rad,2} + q_{conv,2} = 0 \tag{1}$$

Las ecuaciones de transferencia de cada uno de los flujos de calor son las siguientes:

$$q_{conv,1} = \overline{h_1} A_1 \left(T_1 - T_{aire}\right) = \bar{h}\, w\, L \left(T_1 - T_{aire}\right) = 1.4 \bar{h} L$$

$$q_{conv,2} = \overline{h_2}A_2\left(T_2 - T_{aire}\right) = \overline{h}\,w\,L\left(T_2 - T_{aire}\right) = \overline{h}L$$

$$q_{rad,1} = A_1\left(\varepsilon_1 M_1^0 - \varepsilon_1\sum_j F_{1,j}J_j\right) = A_1\left[\varepsilon_1\sigma T_1^4 - \varepsilon_1\left(F_{1,2}J_2 + F_{1,3}J_3\right)\right]$$

$$q_{rad,2} = A_2\left(\varepsilon_2 M_2^0 - \varepsilon_2\sum_j F_{2,j}J_j\right) = A_2\left[\varepsilon_2\sigma T_2^4 - \varepsilon_2\left(F_{2,1}J_1 + F_{2,4}J_4\right)\right]$$

Planteamiento del intercambio radiante en el recinto:
Plantearemos una ecuación de radiosidad por cada superficie

$$J_1 = \varepsilon_1 M_1^0 = \sigma T_1^4 = 460.189\ W/m^2$$

$$J_2 = \varepsilon_2 M_2^0 + \left(1-\varepsilon_2\right)\sum_j F_{2,j}J_j = \varepsilon_2\sigma T_2^4 + \left(1-\varepsilon_2\right)\left(F_{2,1}J_1 + F_{2,4}J_4\right)$$

$$J_3 = \varepsilon_3 M_3^0 = \sigma T_3^4 = 881.901\ W/m^2$$

$$J_4 = \varepsilon_4 M_4^0 = \sigma T_4^4 = 418.738\ W/m^2$$

Cálculo de los factores de forma:
Placas paralelas con las líneas medias en la misma perpendicular (Tabla 7.4)
$W_1 = w_1 / H = 0.2/0.2 = 1$ $W_2 = w_2 / H = 0.2/0.2 = 1$

$$F_{1,2} = \frac{\left[\left(W_1 + W_2\right)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[\left(W_2 - W_1\right)^2 + 4\right]^{1/2}}{2W_1} = \frac{\left[\left(1+1\right)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[\left(1-1\right)^2 + 4\right]^{1/2}}{2\cdot 1} = 0.4142$$

$$F_{2,1} = F_{1,2} = 0.4142$$

$$F_{1,3} = 1 - F_{1,2} = 0.5858$$

$$F_{2,4} = 1 - F_{2,1} = 0.5858$$

Volviendo a la ecuación de la radiosidad sobre 2:

$$J_2 = \varepsilon_2\sigma T_2^4 + \left(1-\varepsilon_2\right)\left(F_{2,1}J_1 + F_{2,4}J_4\right) = \varepsilon_2\sigma T_2^4 + \left(1-\varepsilon_2\right)\left(0.4142\,\sigma T_1^4 + 0.5858\,\sigma T_4^4\right) = 445.618\ W/m^2$$

Así los flujos de calor radiantes valdrán:

$$q_{rad,1} == A_1\left[\varepsilon_1\sigma T_1^4 - \varepsilon_1\left(F_{1,2}J_2 + F_{1,3}J_3\right)\right] = wL\left[\sigma T_1^4 - \left(F_{1,2}J_2 + F_{1,3}\sigma T_3^4\right)\right] = -48.2\,L$$

$$q_{rad,2} = A_2\left[\varepsilon_2\sigma T_2^4 - \varepsilon_2\left(F_{2,1}J_1 + F_{2,4}J_4\right)\right] = wL\left[\sigma T_2^4 - \left(F_{2,1}\sigma T_1^4 + F_{1,3}\sigma T_4^4\right)\right] = 1.94\,L$$

Sustituyendo en la ecuación de balance (1):

$$-48.2\,L + 1.4\,\overline{h}L + 1.94\,L + \overline{h}L = 0$$

Despejando de aquí el coeficiente de película obtenemos:

$$\boxed{\overline{h} = 19.27\ W/m^2K}$$

Apartado 2:

Debido al bajo valor del coeficiente de película supondremos que este se encuentra en convección forzada flujo externo (placa plana, flujo paralelo), régimen laminar. Por tanto la correlación apropiada es la correlación de Polhausen (correlación 5 de la tabla 6.1), está hipótesis deberá ser revisada si una vez calculado el nº de Reynolds, éste es mayor que 500000 y por lo tanto debe cambiarse a una correlación turbulenta.

Las propiedades se evalúan a la temperatura media de película:

$$T_{mp} = \frac{T_{aire} + T_1}{2} = 23.5°C$$

Propiedades del gas (aire) a 23.5°C (Tabla 4.4.1) $\begin{cases} \mu = 18.42 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m·s} \\ \rho = 1.19 \text{ kg/m}^3 \\ k = 25.4 \cdot 10^{-3} \text{ W/mK} \\ Pr = 0.73 \end{cases}$

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}\,w}{k} = 151.7323 = 0.664\,Re_L^{1/2}\,Pr^{1/3}$$

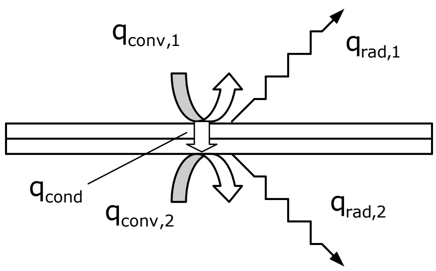
Despejando Reynolds: $Re_L = 6.4408 \cdot 10^4 < 5 \cdot 10^5$

Luego la hipótesis de régimen laminar era correcta.

Despejemos la velocidad de la expresión del Reynolds: $Re_L = \dfrac{\rho\,u_\infty w}{\mu}$

$$\boxed{u_\infty = 4.985 \text{ m/s}}$$

Apartado 3:



Realizando un balance sobre cualquiera de las dos caras.

$$q_{cond} = -q_{conv,1} - q_{rad,1} = q_{conv,2} - q_{rad,2} = 21.22\,L$$

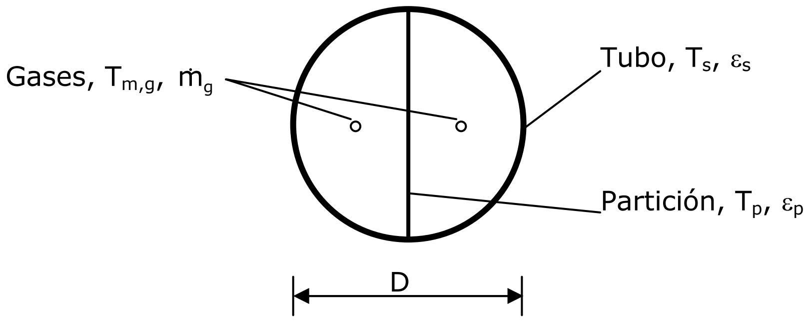
Utilizando la ecuación de transferencia de conducción.

$$q_{cond} = 21.22\,L = w\,L\,\frac{T_1 - T_2}{\dfrac{e_1}{k_1} + \dfrac{e_2}{k_2}}$$

$$\boxed{k_2 = 0.056 \text{ W/m·K}}$$

17 (Mecanismos combinados)

En una caldera para calentamiento de agua los tubos de humos tienen un diámetro de 7 cm y una temperatura superficial igual a 385 K. A través de estos conductos circulan los gases de escape a una temperatura de masa de 900 K. Para mejorar la transferencia de calor desde el gas al agua, se coloca una pared delgada de alta conductividad en el plano medio del conducto. Las propiedades físicas de los gases pueden aproximarse usando las del aire.



4. Sin la partición y con un flujo de gases igual a 0.05 kg/s. ¿Cuál es la transferencia de calor por unidad de longitud del conducto?.

5. Para el mismo flujo de gases que en el caso anterior y colocando la partición (la emisividad de la superficie interior del conducto y de la partición es 0.5). Determinar la temperatura de la partición y la transferencia de calor por unidad de longitud del conducto.

6. Explicar físicamente a que se debe el aumento de la transferencia de calor.
   c. ¿Será así para otros valores de la emisividad? Razónelo. ¿Qué valor de la emisividad hace máxima la transferencia?
   d. Si el caudal variara, ¿aumentaría siempre la transferencia de calor por convección?. Cuando así fuere ¿en qué proporción?

Solución:

Datos:

- Caudal másico de gas: $\dot{m}_g = 0.05\,kg/s$
- Diámetro interno: $D_i = 0.07\,m$
- Superficie interna del conducto: $T_s = 385\,K \quad \varepsilon_s = 0.5$
- Temperatura de masa del fluido: $T_{m,g} = 900\,K$
- Partición de conducto: $\varepsilon_p = 0.5$

Incógnitas:

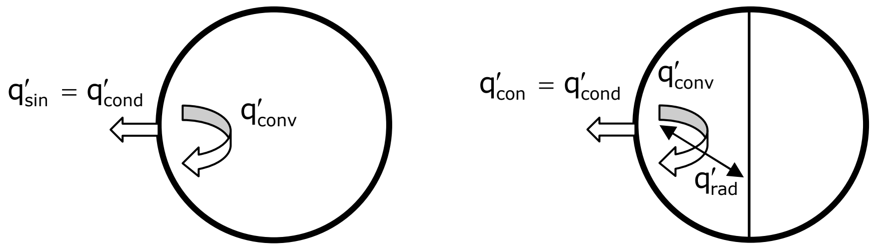
- Apartado 1: Flujo de calor por unidad de longitud perdido por el conducto hacia el exterior sin partición: q'_{sin}

- Apartado 2: Temperatura de la partición: T_p , y el flujo de calor por unidad de longitud perdido por el conducto hacia el exterior con partición: q'_{con}
- Apartado 3: Explicación física del aumento de transferencia de calor

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Temperatura superficial uniforme y constante en todos los apartados
- En el apartado 1 no existe intercambio de calor por radiación.
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante del 2º apartado
- Flujo completamente desarrollado

Esquema:



Desarrollo:

Apartado 1:

Desde la pared de la tubería al fluido solo hay convección ya que al estar toda la superficie interior del conducto a una temperatura uniforme el intercambio de calor por radiación es nulo. El calor transferido por convección desde el fluido a la pared será igual al calor perdido por conducción a través de la pared del conducto.

Pérdidas de calor por unidad de longitud:

$$q'_{sin} = q'_{conv} = A_i\, h_i / L\left(T_{m,g} - T_s\right) = \pi D_i\, h_i\left(T_{m,g} - T_s\right)$$

Cálculo del coeficiente de película, h:

Propiedades del gas (aire) a 900 K (626.85°C) $\begin{cases} \mu = 39.3\cdot 10^{-6}\ \text{kg/ms} \\ \nu = 100\cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \\ k = 62.3\cdot 10^{-3}\,\text{W/mK} \\ Pr = 0.706 \end{cases}$ (Tabla 4.4.1)

Nº de Reynolds para conducto circular: $Re_D = \dfrac{4\,\dot{m}_g}{\pi D_i\, \mu} = 23141.4$

El flujo es claramente turbulento y supondremos que el flujo es completamente desarrollado. Utilizaremos la correlación de Dittus-Boelter (nº 27, tabla 6.6) con un exponente n = 0.3 puesto que la superficie está más fría que el gas.

$$Nu_D = 0.023\, Re_D^{4/5}\, Pr^{0.3} = 64.2511$$

$$h_i = \frac{Nu_D k}{D} = 57.184 \ W/m^2K$$

Luego: $\boxed{q'_{sin} = \pi D_i h_i (T_{m,g} - T_s) = 6476.3 \ W/m}$

Apartado 2:

El caudal másico por cada una de las dos mitades del conducto se reduce a la mitad ($\dot{m}_g = 0.025 \, kg/s$). Las temperaturas superficiales y de masa siguen siendo las mismas del apartado anterior.

En este segundo apartado aparece un nuevo flujo de calor por radiación debido a que insertamos una partición que se encuentra a una temperatura diferente, T_p, de la superficie del conducto. Para determinar esta temperatura será necesario plantear un balance de energía sobre la partición.

Cálculo del nuevo coeficiente de película, h (las propiedades del gas son las mismas del apartado anterior):

Tomando la mitad del conducto tendremos un conducto no circular con el siguiente diámetro equivalente

$$D_e = \frac{4A}{P} = \frac{4 \frac{\pi D_i^2}{8}}{\frac{\pi D_i}{2} + D_i} = \frac{\pi}{\pi + 2} D_i = 0.043 \ m$$

Si calculamos Reynolds en este nuevo conducto no circular, tendremos:

$$Re_D = \frac{\rho u_m D_e}{\mu} = \frac{\dot{m}_g \ D_e}{A_T \ \mu} = 14215$$

Podemos utilizar la misma correlación del apartado anterior pero usando el diámetro equivalente:

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{0.3} = 43.508 \qquad h_i = \frac{Nu_D k}{D} = 63.036 \ W/m^2K$$

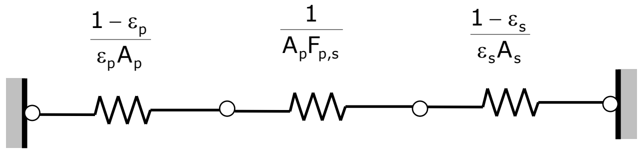
Realicemos un balance de energía sobre la partición (debemos sumar los flujos por las dos caras, que son iguales ya que el problema es simétrico):

$$q_{conv} + q_{rad} = 0 \qquad (1)$$

$$q'_{conv} = 2 D h_i (T_p - T_{m,g})$$

Si aplicamos la analogía eléctrica para un recinto con dos superficies:

$$q'_{rad} = 2 \frac{\sigma (T_p^4 - T_s^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p A_p} + \frac{1}{A_p F_{p,s}} + \frac{1-\varepsilon_s}{\varepsilon_s A_s}}$$



Cálculo de los factores de forma: $F_{p,s} = 1$

$$q'_{rad} = 2\frac{\sigma\left(T_p^4 - T_s^4\right)}{14.286 + 14.286 + 9.094}$$

Sí sustituimos en la ecuación (1) tendremos: $8.825\left(T_p - 900\right) + \sigma\frac{\left(T_p^4 - 385^4\right)}{18.833} = 0$

$$\boxed{T_p = 780.7\ K = 507.55^{\circ}C}$$

Pérdidas de calor por unidad de longitud:

$$\boxed{q'_{con} = q'_{conv} + q'_{rad} = A_i h_i\left(T_{m,g} - T_s\right) + \sigma\frac{\left(T_p^4 - T_s^4\right)}{18.833} = 7139.1 + 1052.3 = 8191.4\ W/m}$$

Apartado 3:

El aumento de la transferencia de calor se debe a dos razones: Primero al aumento del coeficiente de película, manteniéndose la diferencia de temperaturas constante, con lo cual aumenta el flujo de calor por convección, y segundo a la aparición de un flujo de calor por radiación positivo que no existía en el apartado 1.

a. El flujo de calor aumentará para todos los valores de la emisividad, ya que la convección será siempre mayor y el flujo de calor por radiación será siempre positivo, ya que la temperatura de la partición estará siempre entre 385 y 900 K. Para la emisividad igual a 1 se hará mínima la resistencia equivalente del circuito radiante y el flujo de calor por radiación será máximo.

b. El flujo de calor por convección aumentará para todo valor de caudal ya que siempre aumenta el coeficiente de película, a no ser que el caudal sea tal que al pasar a la segunda configuración el Reynolds pase a ser laminar y sea necesario utilizar una correlación de régimen laminar para el segundo caso, si no es así y siempre se utiliza una correlación de turbulento el flujo disminuirá en la misma proporción que el h

$$Re_{D,2} = \frac{\dot{m}_{g,2} D_e}{A_T \mu} = \frac{\dot{m}_{g,1}/2\left(\frac{\pi}{\pi + 2}\right)D_i}{\frac{\pi D_i^2}{8}\mu} = \frac{\pi}{\pi + 2} Re_{D,1}$$

$$Nu_{D,2} = 0.023 Re_{D,2}^{4/5} Pr^{0.3} = \left(\frac{\pi}{\pi + 2}\right)^{4/5} Nu_{D,1}$$

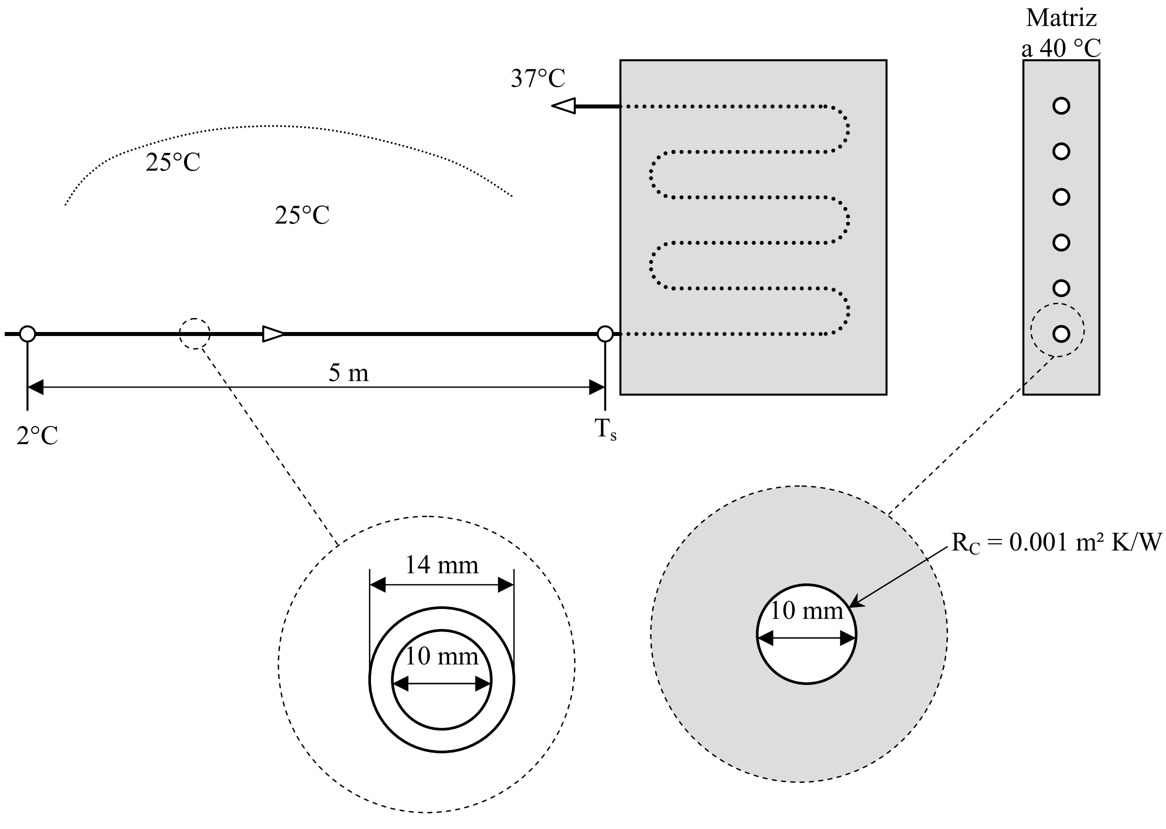
$$\boxed{h_{i,2} = \frac{Nu_{D,2} k}{D_e} = \frac{\left(\frac{\pi}{\pi + 2}\right)^{4/5} Nu_{D,1} k}{\left(\frac{\pi}{\pi + 2}\right)D_i} = 1.103\ h_{i,1}}$$

18 (Mecanismos combinados)

Durante la transfusión de sangre a un paciente se utiliza un dispositivo compuesto de dos partes: un conducto circular de caucho (k = 0.1 W/m K) de 10 mm de diámetro interior, 14 mm de diámetro exterior y longitud 5 m, y posteriormente un calentador de sangre.

3. Un caudal de sangre de 200 ml/min entra en el conducto a 2°C procedente de un banco de sangre y atraviesa los 5 m de longitud en una habitación, cuyo aire y paredes pueden considerarse a 25°C. Suponiendo que la emisividad superficial exterior del caucho es 0.9, calcular la temperatura de la sangre al final del conducto (T_s).

4. Posteriormente ese mismo caudal de sangre entra en un calentador de sangre. El calentador está compuesto de una matriz sólida que se mantiene a una temperatura constante, 40°C en nuestro caso, en la cual se encuentra embebido el conducto. Calcular la longitud de conducto necesaria para que la sangre salga a 37°C del calentador. El conducto embebido es metálico con una conductividad muy alta y entre éste y la matriz existe una resistencia de contacto de 0.001 m² K/W.



Nota: Suponer que el flujo está completamente desarrollado y que la sangre tiene las mismas propiedades que el agua

Solución:

Datos:

Apartado 1:
- Conducto de caucho: $L = 5\ m$ $D_{int} = 0.01\ m$ $D_{ext} = 0.014\ m$ $k = 0.1\ W/m{\cdot}K$
- Caudal de sangre a la entrada: $\dot{V}_{ent} = 200\ ml/min$ $T_{ent} = 2°C$
- Aire y resto de la habitación: $T_{aire} = 25°C$ $T_{rm,hab} = T_3 = 25°C$ $\varepsilon_{hab} = 1$
- Superficie exterior del conducto: $\varepsilon_{ext} = 0.9$

Apartado 2:
- Matriz sólida: $T_{matriz} = 40°C$ $R_{t,cont} = 0.001\ m^2K/W$

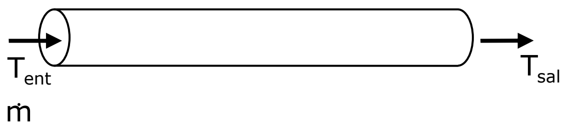
Incógnitas:

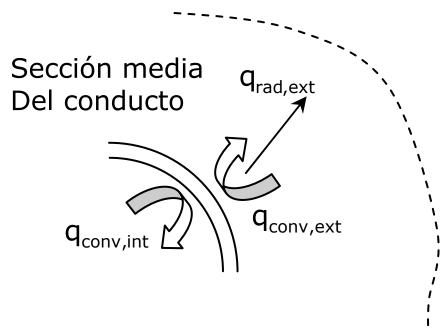
- Apartado 1: Temperatura de salida de la sangre al final del conducto, T_{sal} .
- Apartado 2: Longitud del conducto embebido en la matriz, L_{matriz}, para que la temperatura de salida de la matriz sea 37°C.

Hipótesis:

- Régimen permanente
- Conducción unidimensional en la pared del conducto
- Superficies isotermas, grises y difusas para el intercambio radiante

Esquema:





Desarrollo:

Apartado 1:

El caudal volumétrico a la entrada lo convertimos en caudal másico:

$\dot{m} = \rho\, \dot{V}_{ent} = 0.0034\ kg/s$
Agua a presión atmosférica y 2°C, Tabla 4.5: $\rho = 1005\ kg/m^3$

Si realizamos un balance de energía sobre el volumen de sangre que circula por el interior del conducto:

$$q = \dot{m}\, c_p \left(T_{sal} - T_{ent}\right)$$

Ese calor que gana la sangre es igual al calor que desde el exterior atraviesa el conducto, utilizando la analogía eléctrica para conducción en la sección media del conducto (supondremos que la temperatura en la sección media es la media de masas):

$$q = \frac{T_{hab} - \dfrac{T_{ent} + T_{sal}}{2}}{\dfrac{1}{h_{int} A_{int}} + \dfrac{\ln(D_{ext}/D_{int})}{2\pi k L} + \dfrac{1}{(h_{ext} + h_{r,ext}) A_{ext}}}$$

Igualando esta ecuación con la anterior tendremos:

$$\dot{m} c_p (T_{sal} - T_{ent}) = \frac{T_{hab} - \dfrac{T_{ent} + T_{sal}}{2}}{\dfrac{1}{h_{int} A_{int}} + \dfrac{\ln(D_{ext}/D_{int})}{2\pi k L} + \dfrac{1}{(h_{ext} + h_{r,ext}) A_{ext}}} \qquad (1)$$

Las incógnitas en esta ecuación son: T_{sal}, h_{int}, h_{ext}, $h_{r,ext}$
Podemos plantear tres ecuaciones más para cerrar el problema que son:

$$h_{int} \rightarrow Nu_{int} = f(Re, Pr)$$
$$h_{ext} \rightarrow Nu_{ext} = f(Gr, Pr)$$
$$h_{r,ext} = 4\sigma\varepsilon_{ext}\left(\frac{T_{hab} + T_{sup}}{2}\right)^3$$

Con estas cuatro ecuaciones el problema queda cerrado pero al ser fuertemente no lineal estableceremos un proceso iterativo para resolverlo.

1. Suponer la temperatura de salida, entre la de entrada y la de la habitación, $T_{sal} = 10°C$.
2. Calcular el coeficiente de película interior.
3. Calcular el coeficiente de película exterior.
4. Calcular el coeficiente de película radiante exterior.
5. Calcular la temperatura de salida de la ecuación (1)
6. Si esta temperatura es muy diferente de la inicial volver a 2.

Coeficiente de película interior:

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi D_{int} \mu} = 287.451$$

Propiedades de la sangre (agua) a la tª media de masas (aprox. 5°C, Tabla 4.5)

$$\begin{cases} \mu = 1506 \cdot 10^{-6} \text{ kg/ms} \\ \rho = 1004 \text{ kg/m}^3 \\ k = 0.5748 \text{ W/mK} \\ Pr = 11.0 \end{cases}$$

El régimen es laminar con el flujo completamente desarrollado, dadas estas condiciones podemos usar los valores para temperatura superficial constante o flujo de calor constante. Nuestro caso está más cercano al problema de temperatura superficial constante puesto que la temperatura de la habitación es constante a lo largo del tubo.

Usaremos la correlación (23) de la tabla 6.6:

$Nu_D = \dfrac{h_{int} D_{int}}{k} = 3.66 \quad h_{int} = 210.377\ W/m^2K$.

Calcular el coeficiente de película exterior:

Si suponemos que la resistencia controlante será la asociada al coeficiente de película exterior podemos estimar que la temperatura superficial media del exterior del conducto será muy parecida a la temperatura media de masas (10+2)/2 = 6°C.

Podemos utilizar la correlación de Morgan (40, tabla 6.9) donde las propiedades deben evaluarse a la temperatura media de película (25+6)/2 = 15.5°C

$$\text{Propiedades del aire a } 15°C \begin{cases} \upsilon = 15 \cdot 10^{-6}\ kg/ms \\ k = 0.025\ W/mK \\ Pr = 0732 \\ \beta = \dfrac{1}{15.5 + 273.15} = 0.0035 \end{cases}$$

$Ra_D = \dfrac{g\,\beta\,\Delta T\, D_{ext}^3}{\upsilon^2} Pr = 5824$, con este valor del número de Rayleigh la correlación de Morgan toma el siguiente valor:

$$Nu_D = \frac{h_{ext} D_{ext}}{k} = 0.85\, Ra_D^{0.188} \quad \rightarrow \quad h_{ext} = 7.746\ W/m^2K$$

Calcular el coeficiente de película radiante exterior:

$$h_{r,ext} = 4\,\sigma\,\varepsilon_{ext} \left(\frac{T_{hab} + T_{sup}}{2} \right)^3 = 4.91\ W/m^2K$$

Volvemos a la ecuación (1) para calcular la temperatura de salida de la sangre:

$$0.034\,kg/s\ 4201\,J/kg{\cdot}K\ (T_{sal} - 2°C) = \frac{25°C - \dfrac{T_{sal} + 2°C}{2}}{(0.0303 + 0.1071 + 0.359)\,K/W}$$

$$\boxed{T_{sal} = 5.03°C \approx 5\ °C}$$

Ahora deberíamos volver a recalcular los coeficientes de película pero estos no van a cambiar apreciablemente.

Apartado 2:

El flujo de calor absorbido por la sangre en el proceso de calentamiento en el interior del calentador de sangre será:

$$q = \dot{m}\, c_p (37°C - 5°C) = 0.0034\,kg/s\ 4180\ J/kg{\cdot}K\ 32°C = 454.784\ W$$

Propiedades de la sangre (agua) a la tª media de masas (aprox. 20°C, Tabla 4.5)

$$\begin{cases} \mu = 1001 \cdot 10^{-6} \text{ kg/ms} \\ \rho = 999.5 \text{ kg/m}^3 \\ k = 0.5998 \text{ W/mK} \\ c_p = 4180 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \end{cases}$$

Este calor es igual al transferido desde las paredes del calentador

$$q = \frac{T_{matriz} - 21°C}{\frac{1}{h_{int} A_{int}} + \frac{R_{t,cont}}{A_{int}}} \qquad A_{int} = \pi D_{int} L_{matriz} = \frac{q\left(\frac{1}{h_{int}} + R_{t,cont}\right)}{T_{matriz} - 21°C}$$

Si calculamos el número de Reynolds veremos que el problema sigue siendo laminar y que por tanto:

$$Nu_D = \frac{h_{int} D_{int}}{k} = 3.66 \qquad h_{int} = 219.527 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Despejando de la ecuación anterior:

$$\boxed{L_{matriz} = 4.233 \text{ m}}$$